

## 月の暦のプログラム

井上圭典\*

### COMPUTER PROGRAMMES FOR THE MOON'S EPHEMERIDES

Keisuke Inoue

*Received 10 December 1976*

#### Abstract

Computer programmes for the moon's ephemerides have been prepared at the Hydrographic Department of Japan (JHD). Programme for  $j=0$  ephemeris is strictly based on the ILE without any modification and programme for  $j=2$  ephemeris is strictly based on EWE (1966) with modification by Bixby and Van Flandern (1970). Instead of numerical differentiation, planetary aberrations are calculated directly for the date by differentiating the series for true longitude and latitude. See. eqs. (4.5), (4.6) and (4.7). Coefficients for this calculation are given in TABLE 3.

Ephemerides thus calculated have been compared with those printed in the ILE and A. E. for all half-day data from 1952 to 1980. See TABLE 4. Although discrepancy by  $\pm 2$  in the printed last figure never appears, there exist clearly systematic differences especially in apparent latitude on  $j=2$ . These discrepancies seem to be due to omissions and simplifications of small terms in the AE-programme. Comparison has been also made with *Fundamental Lunar Ephemeris* (FLE) of the U. S. Nautical Almanac Office supplied by Dr. Van Flandern for sample dates. See TABLES 5 and 6. Since agreements in nutation and aberrations are satisfactory as shown by (6.1) and (6.2), discrepancy in apparent longitude seems to be caused mostly by the difference in correction of terms due to the earth-figure perturbations. If a small correction, eq. (7.1), is applied to the FLE, agreement improves much as shown in TABLE 9. Similarly, improvement in agreement for horizontal parallax is achieved by adding the fifth order term to the FLE as shown in TABLE 6. Accordingly, respective mean values of differences between the amended FLE and JHD are  $0 \pm 0.02$  at the last decimal places printed in the A. E. for apparent longitude, apparent latitude and horizontal parallax. In other words, if the JHD and amended USNAO data would be tabulated down to the same decimal places as in the A. E., the frequency of discrepancy by  $\pm 1$  at the last figures would be less than 2%, which is remarkably superior to those between the A. E. and JHD given in TABLE 4. TABLE 4 thus suggests that the calculation accuracies of the A. E. are around  $\pm 0.0010$  for apparent longitude,  $\pm 0.003$  for apparent latitude and  $\pm 0.000006$  for horizontal parallax. Correction due to the earth-figure given in *the A.E. 1968 Supplement* has been extended to the smaller terms and is shown in TABLE 10, as has been done by Van Flandern (1976a). As far as the numerical consistency is concerned, the JHD-

---

\* 編暦課 (Astronomical Division)

programmes are considered to provide the most strict ephemerides of the moon based on the Brown-Eckert theory.

Frequencies of discrepancy in nutation between the A. E. and JHD are presented in TABLE 7 for sample dates, and agree with Wilkins' (1954) remark, concerning the errors due to the use of the cyclic packs adopted in the A. E. data.

- Contents : Sec. 1. Introduction,  
 Sec. 2. Fundamental formulae and notations employed in the Brown's theory,  
 Sec. 3. Calculation procedure of  $j=0$  ephemeris,  
 Sec. 4. Calculation procedure of  $j=2$  ephemeris,  
 Sec. 5. Structure of the programmes and flow chart,  
 Sec. 6. Comparisons with the A. E. and FLE,  
 Sec. 7. Correction of terms due to the earth-figure perturbations,  
 Sec. 8. Explanation of the auxiliary constants  $F_1, F_2, F_3$ ,  
 Sec. 9. Notes on  $j=1$  ephemeris and the printed ephemeris in the A.E. 1972,  
 Sec. 10. Closing remarks.

**Key words :** moon's ephemeris.

## 1. はじめに

現在、わが国の天体位置表 (Japanese Ephemeris, J. E.) を始めとして、各国の天体暦 (national ephemeris) に掲げられている月の暦は Brown の理論に基いた計算式から得られたものである。Brown の理論は Hill の理論を一層精密に発展させたもので、1892~1908年の間に完成し、月位置推算表 Tables of the Motion of the Moon (Brown, 1919 以下 Table と略す) として刊行され、これによる月の暦がアメリカ暦 (American Ephemeris) に採用されたのが1923年であった。以来この理論の有効性は現在でも失われておらず、ニュートン以後、万有引力法則をもとにした数多くの月の暦の歴史上、最も寿命の長い暦の基礎となっている。ここでいう寿命とはより精密な理論が現われるまでということもあるが、新理論の有無にかかわらず観測結果と合致しなくなってしまうことをいう。その理由として (a)理論そのものに欠陥がある、(b)理論から計算式を導く際に当時の計算手段と観測精度とに見合う程度に展開したが、時代の推移でそれが現状に合わなくなる、(c)採用した天文定数、すなわち運動方程式の積分定数や解を表現するために導入された orbital parameter 等が改訂されないままであること、等があげられる。(a)の理由は致命的であるが Brown の理論にはそれが見出されていない。彼がその Table を発表した時、いわゆる経験項が加わっていたが、それは地球自転の不規則性が時間引数ひいては黄経に反映してしまったもので、理論の不十分のために付加せざるを得ない性質のものではない。事実、暦表時を採用した1960年の暦からこの項は除かれている。(b)、(c)は理論は精密であるが適用が不十分なのである。Brown の理論から計算式を導く際にも当時の観測精度と天文定数との制約下にあったので、この(b)、(c)による精度不足が月の暦に現われたが、これは適用法を改めることによって解消される。これは具体的には、天体暦における次のような変遷となって現われている。

地球自転速度の不整の性質が明らかになったことに伴い、国際天文学連合 IAU は第8回総会 (1952年) において、天体の運動の計算および天体暦に、従来の世界時 UT に代わって、暦表時 ET を用いる勧告を採択した。その骨子は次のとおりである。

- (1) ET の単位は 1900.0年における1太陽年の長さ (IAU 第9回総会, 1955年, における修正) とし、その時刻は Newcomb (1895) の太陽表の与える太陽の平均黄経で定義する。

- (2) Brown の Table による月の暦を ET によって表現するために、その平均黄経から上述の経験項を除き、 $-8''.72 - 26''.75 T - 11''.22 T^2$  を加える。T は1900年1月0.5日 ET から起算したユリウス世紀 (36525日) 数。
- (3) Brown の Table による月の視黄経に  $+0''.018 \cos (l-2D) + 0''.007 \cos 2D$  を加える。(第3.1節参照)。
- (4) 天体暦には、月の位置を赤経で  $0^{\circ}001$ 、赤緯で  $0''.01$  まで掲げることとし、その計算には Brown の理論に基き三角級数で直接に黄経・黄緯・地平視差を求める。
- (5) 天体暦は1960年から ET を用いる。

上記(2)によって太陽と月の暦は同じ時刻系で表現されることになり、ET は実際には月の位置の観測と暦との比較から決定される。

アメリカ IBM の Watson Scientific Computing Laboratory の Eckert は、この勧告に従った月の黄経・黄緯・地平視差を、彼の指導により製作された真空管式の計算機 SSEC を用いて、1952~1971年について計算した。このうち1952~1959年の部分は Improved Lunar Ephemeris という名称で1954年に出版され、1960年以降の部分は各国の天体暦の本文に採用された。これらを併せて ILE と略称する。

その後、(i) IAU は第12回総会 (1964年) において天文定数系を改訂したが、これに伴い Brown の計算式の係数の数値を変更することが必要になり、また (ii) Eckert (1966) は Brown の Table 第182項の係数値の誤りを発見した。さらに (iii) Eckert は太陽による摂動について高精度の詳細な展開式を求めた。これをその共同発表者の名を併せて EWE と称する (Eckert, Walker, Eckert, 1966)。

そこで IAU は第13回総会 (1967年) において、月の暦を記号 j によって区別することとして、ILE を  $j=0$ 、これに上記の (i) と (ii) の補正を施したものを  $j=1$ 、これにさらに (iii) を補正したものを  $j=2$  とし、またこれらの月の暦を用いて求めた暦表時をそれぞれ  $ET_{j=0}$ 、 $ET_{j=1}$ 、 $ET_{j=2}$  と記すことを勧告した。天体暦における月の暦の経過を下表に示す。ここに EFW は黄緯に関する補正である (第9.2節参照)。

Moon's data contained in national ephemerides

	main part	correction table	
		AE	JE
— 1959	Brown's Table		
1960 — 1967	$j=0$		
1968	$j=0$	$j=0 \rightarrow 1$ (every day)	$j=0 \rightarrow 1$ (every day)
1969 — 1971	$j=0$	" "	" (every half-day)
1972	$j=2$		EFW (every day)
1973 —	$j=2$		

この稿の目的は、上記(b), (c)による月の暦と観測値との不一致を解消することについて、 $j=0$ 、 $j=1$ 、 $j=2$  の暦がその適用の具体例と成果であることを示すことにある。また Brown の Table, ILE, EWE 等はその構造を理解するだけでも多大の労力と日時を要するので、これらについて基本的な解説を施す。さらに具体的な計算法の詳細はこれまで発表されていないので、グリニッジ天文台およびアメリカ海軍天文台で採られている方法の調査およびこれらとわれわれの方法との比較・検討についてやや詳しく述べる。これらは、現在のプログラムによる月の暦の計算を誤りなく実行し、かつ将来の改訂に容易に対処できることを意図したものである。

本稿では、簡単のために上記 Brown の Table, ILE, EWE の略号に加えて以下の略記を用いる。

HMNAO : グリニジ天文台編暦課 (Her Majesty's Nautical Almanac Office, Royal Greenwich Observatory) または同課による計算値,

USNAO : アメリカ海軍天文台編暦課 (Nautical Almanac Office, U. S. Naval Observatory) または同課による計算値,

JHD : 日本水路部編暦課 (Astronomical Division, Hydrographic Department of Japan) または同課による計算値,

IAU 64 : IAU 第12回総会 (1964年) において採択された天文定数系 IAU (1964) System of Astronomical Constants またはこれに基づいて導かれた諸数値,

AE : 1960年以降のイギリス暦 (Astronomical Ephemeris) およびアメリカ暦 (American Ephemeris) を併せ称する. 両者の内容は同一である.

AE 1968 Sup. : 1968年の AE の巻末付録 (Supplement to the A. E. 1968), IAU 64 の解説およびこれの導入に伴う天体暦の諸数値の変更が説明してある. この記事は

Exp. Sup. AE : HMNAO・USNAO 共編 (1974), Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris (3rd impression) の pp.497~523 に再録してある.

なお, ILE および EWE に掲げられた表を引用する場合には, 例えば ILE の TABLE I を ILE-I 表, EWE の TABLE III を EWE-III 表と記し, これらとの混同を避けるために本稿の表は TABLE 1, TABLE 2 というように記す.

本稿では, とくに断らない限り, 時刻を表わす独立変数としての  $T$  は1900年1月0.5日 ET から起算したユリウス世紀 (36525暦表日) 数であり,

$$T = (\text{J.D.} - 2415\,020.0) / 36525 \quad (1.1)$$

で計算される. J.D. は任意のユリウス日, 2415 020.0 は1900年1月0.5日 ET におけるユリウス日である. また, これを暦表日単位で表わした時刻を  $t$  とする. すなわち

$$t = 36525T \quad (1.2)$$

## 2. Brown の計算式

一般に月運動論 (lunar theory) と呼ばれているものは, 地球・月・太陽の三体問題において地球・月系の重心が太陽の周りをケプラー運動するとして, すなわち太陽の運動を既知量として議論を進めている. これは3元連立2階常微分方程式によって表現される運動方程式を解くことに帰着する (Brown, 1895). Brown はこの三体問題の解を太陽項 (solar term) と呼び, 太陽系の他の天体による月の運動への直接・間接の影響, 地球の形状による摂動, 地球の潮汐による月の加速等による付加項を惑星項 (planetary term) と呼んでいる.

Brown は Hill (1877a) の理論に従い運動方程式の一般解を黄道直角座標  $X, Y, Z$  として得た. この太陽項の最終結果は

$$a \sum C_i M_i \frac{\sin}{\cos} (il + j'l' + kF + mD) \quad (2.1)$$

の形を採る. ここで  $a$  は linear constant と呼ばれ, Hill の中間軌道の半径である. これは地球・月の二体運動から得られる軌道半径  $a$  との間に

$$a = F_2 a = 0.999\,093\,141\,962\,a \quad (2.2)$$

の関係がある (第8.2節参照).  $C_i$  は数係数で, 任意定数の一つである月の平均運動  $n$  が  $m = n' / (n - n')$  の形

における定数としてこの  $C_i$  の中に混り込んでいる。ここに  $n'$  は太陽の平均運動である。  $M_i$  は Hill-Brown の parameter  $e, e', k, \bar{\alpha}_1$  の各巾乗の積、すなわち

$$e^{\alpha} e'^{\beta} k^{\gamma} \bar{\alpha}_1^{\delta} \quad (\alpha, \beta, \gamma, \delta \text{ は } 0 \text{ を含む正整数})$$

の形 (algebraical form) によって表わされており、Brown はこれを characteristic と呼んでいる。  $e, k, \bar{\alpha}_1$  はそれぞれ

$$e \doteq 2e, \quad k \doteq \gamma = \sin \frac{I}{2}, \quad \bar{\alpha}_1 = \frac{a}{a'} \frac{(E-M)}{(E+M)}$$

である (Brown, 1896)。ここに  $e$  は月の軌道の離心率、  $I$  は黄道と白道の交角、  $a'$  は太陽の軌道半径、  $E, M$  はそれぞれ、地球、月の質量である。

$l, l', F, D$  は Delaunay の引数 (argument) で、それぞれ軌道要素および orbital parameter との間に次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} l &= c(n-n')(t-t_1) = L - \bar{\omega}, \\ l' &= m(n-n')(t-t_3) = L' - \bar{\omega}', \\ F &= g(n-n')(t-t_2) = L - \Omega, \\ D &= (n-n')(t-t_0) = L - L'. \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

$c$  は月の近地点の前進を決める係数、  $g$  は月の昇交点の後退を決める係数であって、  $\dot{\omega}, \dot{\Omega}$  とそれぞれ

$$\dot{\omega} = n \left( 1 - \frac{c}{1+m} \right), \quad \dot{\Omega} = n \left( 1 - \frac{g}{1+m} \right),$$

の関係がある (Hill, 1877b; Brown, 1896)。  $L, \bar{\omega}, \Omega$  はそれぞれ月の平均黄経、近地点黄経、昇交点黄経、  $L', \bar{\omega}'$  はそれぞれ太陽の平均黄経、近地点黄経、  $e'$  は太陽の軌道の離心率である。なお6個の積分定数は  $e, k, n, t_0, t_1, t_2$  である。

Brown はこの解  $X, Y, Z$  を黄経  $\lambda$ 、黄緯  $\beta$ 、視差正弦  $\sin \pi$  に変換する際に parameter  $e, e', k, \bar{\alpha}_1$  を Delaunay の parameter  $e, e', \gamma, \alpha_1$  に変換し、各項を

$$a C_i e^{i l} e'^{j l'} \gamma^{k l} \alpha_1 (1 + a e^2 + b e'^2 + c \gamma^2 + d \alpha_1^2 + \dots) \frac{\sin}{\cos} (i l + j l' + k F + m D) \quad (2.4)$$

のように変換した。Brown は  $e^{i l} e'^{j l'} \gamma^{k l} \alpha_1^r$  ( $r$  は  $m$  が奇数のとき 1、偶数のとき 0) を principal characteristic と呼んでいる。ここで  $\alpha_1$  は

$$\alpha_1 = \frac{a}{a'} \frac{E-M}{E+M} \quad (2.5)$$

であり、 $e$  と  $e, k$  と  $\gamma$  との関係式は EWE-VIII 表に掲げてある。

TABLE 1 は月の理論および曆に採用された orbital parameter の一覧であって、EWE-I 表から引用した。この表で“Mem.” (原著誌名による略記) は Brown (1908) が理論を展開して計算式として表現する際に採用した値、“Table” は Brown が Table を作製する際に採用した値である。Brown は Table の本体を完成した後に、これらの定数の最終値として“ILE”の欄に示す値を指定した。しかし Table の表値はそのままにしておき、使用法を一部手直して、この最終値を用いた場合と同じ結果を得るようにした。すなわち Brown の Table の与える曆は、この最終値に従っており、ILE がこれを採用したのである。“IAU 64”は1964定数系に基いた値である。また  $\lambda_i$  は黄経の太陽項の主項の係数、  $\beta_F$  は黄緯の太陽項の主項の係数、  $\sin \pi$  は視差正弦の太陽項の定数項 (constant of sine parallax for moon)、  $e$  は月の軌道の離心率 (constant of eccentricity of moon's orbit)、  $e'$  は太陽の軌道の離心率 (eccentricity of sun's orbit)、  $\gamma$  は黄道に対する白道の傾斜角の  $\frac{1}{2}$  の正弦、  $\alpha_1$  は月角差の項すべてにかかっている定数である。このほか  $c, g$  の algebraic expression

TABLE 1. Orbital parameters

	Mem.	Table		ILE		IAU 64
$\lambda_l$	22 639 <sup>o</sup> 580	22 639 <sup>o</sup> 500	≠	22 639 <sup>o</sup> 550	=	22 639 <sup>o</sup> 550
$\beta_F$	18 461 <sup>o</sup> 480	18 461 <sup>o</sup> 350	≠	18 461 <sup>o</sup> 400	=	18 461 <sup>o</sup> 400
$\sin \pi$	3 422 <sup>o</sup> 700	3 422 <sup>o</sup> 700	≠	3 422 <sup>o</sup> 540	≠	3 422 <sup>o</sup> 451
$e$	0.054 900 56	0.054 900 367 8	≠	0.054 900 489 1	=	0.054 900 489 1
$\gamma$	0.044 887 16	0.044 886 844 7	≠	0.044 886 966 9	=	0.044 886 966 9
$\alpha_1$	0.002 505 32	0.002 512 73	=	0.002 512 73	≠	0.002 509 351
$e'$	0.016 771 91	0.016 751 04	=	0.016 751 04	=	0.016 751 04

は EWE-VI 表に掲げられている。

### 3. $j=0$ の暦の推算

#### 3.1 $j=0$ の暦の特長

$j=0$  の暦は、第1節で説明したように IAU (1952年) の勧告に従ったものである。すなわち Brown の *Table* の作製に用いた計算式に直接数値を入れることによって計算するが、その際に次の改訂を加える。

(a) orbital parameters の値を TABLE 1 の “Table” から “ILE” に変える (第2節参照)。

(b) 平均黄経から

$$\text{経験項 } 10^{\circ}71 \sin \{140^{\circ}0 (t_0 - 18.5) + 170^{\circ}7\}$$

を除去し、その代わりに次の項を加える。

$$-8^{\circ}72 - 26^{\circ}75 T - 11^{\circ}22 T^2 \quad (3.1)$$

ここに  $t_0 = 19.0 + T$  である。

(c) 赤経を  $0^{\circ}001$ 、赤緯を  $0^{\circ}01$  の精度で算出する。Brown の *Table* では惑星光行差を別個に考慮していないが、結果的には平均黄経に  $-0^{\circ}703$ 、近地点黄経に  $-0^{\circ}350$  という光行差補正を施したことになっている。しかし、これでは上記の要求精度を満たさないのので、不十分ながら、次の量を平均黄経に補正する (Clemence 他, 1952)。

$$+0^{\circ}018 \cos(l - 2D) + 0^{\circ}007 \cos 2D \quad (3.2)$$

(d) 章動は Woolard (1953) の展開式を用いて計算する。(IAU第8回総会, 1952年, 勧告)

#### 3.2 用語と記号およびデータの掲載箇所

##### (1) Fundamental arguments

ILE-I 表 (p.288) の上から順に  $L(i\theta)$ ,  $*L(i\theta)$ ,  $\omega(i\theta)$ ,  $\Omega(i\theta)$ ,  $L'(i\theta)$ ,  $\omega'(i\theta)$ ,  $V(i\theta)$ ,  $J(i\theta)$ ,  $M(i\theta)$ ,  $S_n(i\theta)$ ,  $Q(i\theta)$ ,  $T(i\theta)$ ,  $L_0(i\theta)$ ,  $l(i\theta)$ ,  $l'(i\theta)$ ,  $F(i\theta)$ ,  $D(i\theta)$  である。V, J, M,  $S_n$ , Q, T,  $L_0$  はそれぞれ金星, 木星, 火星, 土星, 水星, 地球, 月の平均黄経。l, l', F, D は (2.3) 式に与えてある。V, J, M,  $S_n$ , Q, T,  $L_0$  は 1850.0 の春分点と黄道とを基準にした量, 他は瞬時の春分点と黄道とを基準にした量である。これらは太陽項および惑星項の引数の主要部となる。\*L は L に (3.1) 式を加えた量である。

##### (2) Additive terms

ILE-II 表 (pp.290, 291) の上から順に, 第1項から第29項までを  $\delta L(i\eta)$ , 第30~36項を  $\delta\omega(i\eta)$ , 第37~41項を  $\delta\Omega(i\eta)$ , 第42~45項を  $\delta T(i\eta)$ , 第46~48項を  $\delta\gamma(i\eta)$ , 第49項を  $\delta J(i\eta)$ , 第50項を  $\delta S_n(i\eta)$  とする。

これらはそれぞれ  $L, \tilde{\omega}, \Omega, T, \gamma, J, S_n$  に付加する長周期項である。

(3) Periodic terms

ILE-III 表 (pp. 292~343) が周期項であって、次のように分類される。

太陽項	黄経	$\delta L(i\alpha)$	pp. 292~304,
"	黄緯の $S$	$\delta S(i\beta)$	pp. 304~311,
"	" $\gamma_1 C$	$C\gamma_1$	pp. 311~316,
"	" $N$	$N$	p. 316,
"	" 主項		p. 316,
"	地平視差	$\delta \sin \pi(i\gamma)$	pp. 317~322,
惑星項	黄 経	$\delta L(i\delta)$	pp. 323~335,
"	黄 緯	$\delta \text{Lat}(i\epsilon)$	pp. 335~340,
"	地平視差	$\delta \sin \pi(i\zeta)$	pp. 341~343.

これらは次のような形を採る。

$$\text{太陽項の一般形} \quad K \frac{\sin}{\cos}(il+jl'+kF+mD) \quad (3.3)$$

$$\text{惑星項の一般形} \quad K \frac{\sin}{\cos}(il+jl'+kF+mD+aL_0+b\Omega+Angle+cT+dP) \quad (3.4)$$

ここで  $i, j, k, m, a, b, c, d$  は整数,  $Angle$  は角度,  $P$  は  $V, J, M, S_n$  のうちどれかの惑星の黄経,  $i\alpha \sim i\theta$  は Brown の Table の List  $i\alpha \sim i\theta$  に対応する。

3.3 引数および係数の計算式ならびに定数変更に伴う係数の改訂法

引数  $l, l', F, D$  の計算式:

$$\left. \begin{aligned} l &= *L(i\theta) + \delta L(i\eta) - \delta \tilde{\omega}(i\eta), \\ l' &= L'(i\theta) + \delta l'(i\eta), \\ F &= F(i\theta) + \delta L(i\eta) - \delta \Omega(i\eta), \\ D &= D(i\theta) + \delta L(i\eta) - \delta l'(i\eta). \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

係数  $K$  の計算式:

$$D \text{ の係数 } m \text{ が奇数のとき} \quad K = Ne^{i|l|} e'^{|j|} \gamma^{1|k|} \alpha_1 (1 + Ae^2 + Be'^2 + C\gamma^2 + D\alpha_1^2 + \dots) \quad (3.6)$$

$$\text{" 偶数 " } \quad K = Ne^{i|l|} e'^{|j|} \gamma^{1|k|} (1 + A'e^2 + B'e'^2 + C'\gamma^2 + D'\alpha_1^2 + \dots) \quad (3.7)$$

$i, j, k$  は引数の係数と同じ.  $N, A, B, \dots, A', B', \dots$  は数係数である. この  $K$  の値は既に計算してあり, Brown の Table の諸表説明 pp. 8~28 に "Coef. of sin", "Coef. of cos" として, また ILE pp. 292~343 に "Coefficient" として掲げられている。

係数  $K$  の改訂法:

上記 Brown の Table または ILE に掲げられている  $K$  の値は, TABLE 1 の "Table" の  $e, e', \gamma, \alpha_1$  に基いているから, これを "ILE" または "IAU 64" の  $e, e', \gamma, \alpha_1$  に基いた  $K$  に変えたときには, 厳密には

$$K(\text{new}) = N(e+de)^{i|l|} (e'+de')^{j|j|} (\gamma+d\gamma)^{1|k|} (\alpha_1+d\alpha_1) \{1 + A(e+de)^2 + B(e'+de')^2 + \dots\} \quad (3.8)$$

等となる.  $de$  等は新旧両値の差である. これは新定数, 新 parameter を (3.6), (3.7) 式に代入することを意味し, 全面的に計算し直して新しい計算式を作り出すことになる. これを避けるために (3.8) 式を次の式で近似する。

$$\begin{aligned}
 K(\text{new}) &= N e^{i|l|e'^{|j|}\gamma^{l|k|}\alpha_1} \left(1 + \frac{de}{e}\right)^{|l|} \left(1 + \frac{de'}{e'}\right)^{|j|} \left(1 + \frac{d\gamma}{\gamma}\right)^{|k|} \left(1 + \frac{d\alpha_1}{\alpha_1}\right) (1 + Ae^2 + Be'^2 + \dots) \\
 &\quad + ut + v\delta\gamma + w \\
 &= K \left(1 + \frac{de}{e}\right)^{|l|} \left(1 + \frac{de'}{e'}\right)^{|j|} \left(1 + \frac{d\gamma}{\gamma}\right)^{|k|} \left(1 + \frac{d\alpha_1}{\alpha_1}\right) + ut + v\delta\gamma + w
 \end{aligned}$$

これによって既存の  $K$  の値が利用できる。  $u, v, w$  は高次補正項の係数であり、ILE-IV 表 (p. 347) に掲げられている。  $\delta\gamma$  は  $\delta\gamma(i\eta)$  を revolution で表わした値である。ここで

$$\text{Corr.} = \left(1 + \frac{de}{e}\right)^{|l|} \left(1 + \frac{de'}{e'}\right)^{|j|} \left(1 + \frac{d\gamma}{\gamma}\right)^{|k|} \left(1 + \frac{d\alpha_1}{\alpha_1}\right) \quad (3.9)$$

とおけば

$$K(\text{new}) = (\text{Corr.} \times K) + ut + v\delta\gamma + w \quad (3.10)$$

ここで、 $m$  が奇数のときには Corr. に  $(1 + d\alpha_1/\alpha_1)$  を含み、偶数のときには含まないことに注意。

$j=0$  の層に適用する  $de$  は TABLE 1 の “ILE” と “Table” との差であるから

$$1 + (de/e) = 1.000\ 002\ 209\ 456 \quad (3.11)$$

$de'$  は  $e'$  の永年変化による改正量で、天文定数が変わらなくても時間経過とともに補正してゆかなくてはならない量。運動方程式には既知量として  $e_0'$  の形で入っており、 $e' = e_0' + e_1't + e_2't^2 + \dots$  の形で入れてない。そして解の中で  $e_0'$  の代わりに  $e_0' + e_1't$  を入れることにしている。具体的には Brown は解を求める際に

$$e' = 0.016\ 751\ 04$$

を採用している。そこで得られた解の中の  $e'$  に

$$e' = 0.016\ 751\ 04 - 0.000\ 041\ 80T - 0.000\ 000\ 126\ T^2$$

を入れなければならない。  $T^2$  項を無視して  $e' = 0.016\ 751\ 04 (1 - 6.831\ 943\ 7 \times 10^{-8} \times t)$

したがって

$$1 + (de'/e') = 1 - 6.8319437 \times 10^{-8} \times t \quad (3.12)$$

$d\gamma$  は  $\gamma$  の定数の改訂による変化量  $d\gamma$  と惑星の摂動による補正  $\delta\gamma$  との二つからなる。すなわち  $\gamma$  は、1 次に限っていえば  $\beta_F \doteq 2\gamma$ 、 $d\beta_F \doteq 2d\gamma$  であるから、

$$\gamma + d\gamma + \delta\gamma = \gamma \left(1 + \frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{\delta\gamma}{\gamma}\right) \doteq \gamma \left(1 + \frac{d\beta_F}{\beta_F} + \frac{\delta\gamma}{\gamma}\right) \quad (3.13)$$

の形となる。TABLE 1 から

$$\frac{d\beta_F}{\beta_F} = \frac{18\ 461.400 - 18\ 461.350}{18\ 461.350} = 0.000\ 002\ 708\ 361 \quad (3.14)$$

また ILE-II 表の  $\delta\gamma(i\eta)$  を revolution で表わすと、 $\gamma = 0.044\ 886\ 844\ 7 = 0.007\ 143\ 963\ 213$  から

$$\delta\gamma/\gamma = 139.978\ 324\ \delta\gamma^{\text{rev}} \quad (3.15)$$

ゆえに

$$1 + (d\gamma/\gamma) = 1.000\ 002\ 708\ 361 + 139.978\ 324\ (\delta\gamma)^{\text{rev}} \quad (3.16)$$

$d\alpha_1$  は周期項のうち (3.6) 式だけに関わる。TABLE 1 によると “Table” から “ILE” へは  $\alpha_1$  に関しては変動がないので  $d\alpha_1 = 0$ 、よって

$$1 + (d\alpha_1/\alpha_1) = 1 \quad (3.17)$$

ILE から IAU 64 ( $j=1, 2$ ) は  $\alpha_1$  に変動があるので (3.17) 式は 1 にはならない。第 4.2 節(f)参照。

以上をまとめると (3.9) 式の右辺の値は

$$\text{Corr.} = (1.000\ 002\ 209\ 456)^{|l|} (1 - 6.831\ 943\ 7 \times 10^{-8} \times t)^{|j|}$$



$$\times (1.000\ 002\ 708\ 361 + 139.978\ 324\ \delta\gamma)^{1k1} \tag{3.18}$$

となる.

3.4 視黄経  $\lambda$ , 視黄緯  $\beta$ , 地平視差  $\pi$  の計算式

$$\text{視黄経} = *L(i\theta) + \delta L(i\eta) + \delta L(i\alpha) + \delta L(i\delta) + \delta L(\text{Corr}) + d\phi + \text{[(3.2)式]} \tag{3.19}$$

\* $L(i\theta)$ .....ILE-I 表の第2項  $a_2 + b_2t + c_2t^2 + d_2t^3$  [ $L$  に(3.1)式を加えたもの]

$\delta L(i\eta)$ .....ILE-II 表, Ser. No. 1628—1662 の29項の和,

$$\sum K_i \sin(\alpha_i + bit + cit^2) \text{ [第3.1節の経験項を除いてある].}$$

$\delta L(i\alpha)$ .....ILE-III 表, Ser. No. 0—396 の390項の和,

$$\sum \text{Corr.} \times K_i \sin(il + j'l' + kF + mD).$$

$\delta L(i\delta)$ .....ILE-III 表, Ser. No. 986—1401 の410項の和,

$$\sum \text{Corr.} \times K_i \sin(il + j'l' + kF + mD + aL_0 + b\Omega + \text{Angle} + cT + dP)$$

$\delta L(\text{Corr})$ .....ILE-IV 表の黄経に関する15項の和,  $\sum (ut + v\delta\gamma + w) \sin(il + j'l' + kF + mD)$

$d\phi$ .....Woolard (1953) の黄経の章動69項の和.

$$\begin{aligned} \text{視黄緯} = & (\alpha\gamma_1 + \alpha\gamma_1C) \left[ \sin S + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \alpha^2 \sin 3S + \frac{\gamma_3}{\gamma_1} \alpha^4 \sin 5S + \frac{1}{\alpha\gamma_1} \{N + \delta N(\text{Corr})\} \right] \\ & + \delta \text{Lat}(i\epsilon) \end{aligned} \tag{3.20}$$

$$S = F(i\theta) + \delta L(i\eta) - \delta\Omega(i\eta) + \delta S(i\beta)$$

$$\alpha = 1 + (d\gamma/\gamma) = 1.000\ 002\ 708\ 361 + 139.978\ 324\ (\delta\gamma)^{\text{rev}}$$

$$\gamma_2/\gamma_1 = -6.241/18519.700 = -3.369\ 924\ 998 \times 10^{-4}$$

$$\gamma_3/\gamma_1 = 0.004/18519.700 = 2.159\ 862 \times 10^{-7}$$

$$\gamma_1 = 18\ 519.700$$

} ILE-III 表 Ser. No. 797—800

$\gamma_1C$ .....ILE-III 表, Ser. No. 641—786 の146項の和,  $\sum \text{Corr.} \times K_i \cos(il + j'l' + kF + mD)$ .

$F(i\theta)$ .....ILE-I 表の第16項  $a_{16} + b_{16}t + c_{16}t^2 + d_{16}t^3$ .

$\delta L(i\eta)$ .....ILE-II 表, Ser. No. 1628—1662 の29項の和,  $\sum K_i \sin(\alpha_i + bit + cit^2)$ .

$\delta\Omega(i\eta)$ .....ILE-II 表, Ser. No. 1632—1672 の5項の和,  $\sum K_i \sin(\alpha_i + bit + cit^2)$ .

$\delta S(i\beta)$ .....ILE-III 表, Ser. No. 397—639 の234項の和,

$$\sum \text{Corr.} \times K_i \sin(il + j'l' + kF + mD).$$

$N$ .....ILE-III 表, Ser. No. 787—796, 1679, 1680 の12項の和,

$$\sum \text{Corr.} \times K_i \sin(il + j'l' + kF + mD).$$

$\delta N(\text{Corr})$ .....ILE-IV 表の5項の和,  $\sum (ut + v\delta\gamma + w) \sin(il + j'l' + kF + mD)$

$\delta \text{Lat}(i\epsilon)$ .....ILE-III 表, Ser. No. 1402—1555 の154項の和,

$$\sum \text{Corr.} \times K_i \sin(il + j'l' + kF + mD + aL_0 + b\Omega + \text{Angle} + cT + dP)$$

$$\text{地平視差} = \sin\pi + \frac{1}{6} \sin^3\pi$$

$$\sin\pi = \delta \sin\pi(i\gamma) + \delta \sin\pi(i\zeta) + \delta \sin\pi(\text{Corr}) \tag{3.21}$$

$\delta \sin\pi(i\gamma)$ .....ILE-III 表, Ser. No. 801—985 の181項の和,

$$\sum \text{Corr.} \times K_i \cos(il + j'l' + kF + mD)$$

$\delta \sin\pi(i\zeta)$ .....ILE-III 表, Ser. No. 1556—1627 の66項の和,

$$\sum \text{Corr.} \times K_i \cos(il + j'l' + kF + mD + aL_0 + b\Omega + \text{Angle} + cT + dP)$$

$\delta \sin \pi (\text{Corr}) \dots$  ILE-IV 表の2項の和,  $\Sigma (ut + v\delta\gamma + w) \cos (il + j'l' + kF + mD)$

さて,  $a_e$  を地球の赤道半径とすれば,  $\sin \pi = a_e/r$  であり,  $r$  の Brown の解は  $a/r = (a/r)_0 + \text{周期項}$  の形で与えられているから,

$$\sin \pi = \frac{a_e}{a} \frac{a}{r} = \frac{a_e}{a} \left\{ \left( \frac{a}{r} \right)_0 + \text{周期項} \right\} \quad (3.22)$$

となる.  $a_e$  が変わらなければそのままよいが,  $a_e$  が変われば [ ] の中はそのまま,  $a_e/a$  を変えればよい, TABLE 1 の定数  $\sin \pi$  は  $(a_e/a)(a/r)_0$  であるから  $a_e$  の変化に比例する. よって Table の定数を用いて得られた最終結果の  $\sin \pi$  に

$$3422.540/3422.700 = 0.999\ 953\ 253\ 2 \quad (3.23)$$

を掛ければ 'ILE' の定数によった  $\sin \pi$  が得られる.

### 3.5 視赤経 $\alpha$ , 視赤緯 $\delta$ の計算式

黄道座標から赤道座標への変換は, 通常球面座標変換式による.

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \delta \sin \alpha &= \cos \beta \sin \lambda \cos (\varepsilon + \Delta\varepsilon) - \sin \beta \sin (\varepsilon + \Delta\varepsilon) \\ \sin \delta &= \cos \beta \sin \lambda \sin (\varepsilon + \Delta\varepsilon) + \sin \beta \cos (\varepsilon + \Delta\varepsilon) \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

ここに黄道傾角  $\varepsilon$  は Newcomb (1895) の太陽表から

$$\varepsilon = 23^\circ 27' 08''.26 - 46''.845T - 0''.0059T^2 + 0''.00181T^3,$$

$\Delta\varepsilon$  は Woolard (1953) の章動計算式における黄道傾角の章動40項の和.

## 4. $j=2$ の暦の推算

$j=2$  の暦は Brown の理論の許す限りの高い精度で月の位置を与えるもので, 太陽項については Brown の Table の展開式の代わりに EWE の展開式を用いる. これは Table の展開式を基礎にして "numerical method" で太陽項の各項の係数をより一層精密に (黄経・黄緯で 1 桁, 地平視差で 2 桁余分に) 求めたものである. この方法は Brown (1938) が Table 完成後, より精密な暦を得るために確立したもので, これを Eckert (1958) および Eckert, Smith (1962) が改良し, この方法を電子計算機に適用して得られたものである.

### 4.1 計算の順序

$j=2$  の暦の計算は次の順で行う. 基礎諸量と適用方法は本質的には  $j=0$  の暦の場合と同じであって, これに天文定数, orbital parameter の変更に伴う改訂を施し, 精度向上のために項数を多く採る.

(a) ILE に用いた平均軌道要素のうちで  $L$  と  $\tilde{\omega}$  の定数項にそれぞれ  $+0''.703$ ,  $+0''.350$  を加える. したがって  $l$ ,  $F$ ,  $D$  にもそれぞれ  $+0''.353$ ,  $+0''.703$ ,  $+0''.703$  を加える.

(b) 平均黄経の式において, 経験項  $10''.71 \sin [140^\circ 0 (t_e - 18.5) + 170^\circ 7]$  を除き,  $-8''.72 - 26''.75T - 11''.22T^2$  を加える.

(c) Brown の Table の Ref. No. 182 の項について,  $-1''.298 \sin (2l - 2F)$  の代わりに  $-1''.372 \sin (2l - 2F)$  を用いる.

(d) 黄経と地平視差に関する太陽項については, ILE-III 表と EWE-II 表を併用する. この場合, 両者に共通する引数を持つ項は, その係数を加えて 1 項にまとめる. 黄緯の太陽項は EWE-III 表だけを用い, ILE-III 表は用いない, この場合の係数は  $\beta + \Delta\beta$  とする. 高次補正項については ILE-IV 表の代わりに EWE-V 表を用いる.

(e) 惑星項は ILE を用いる.

(f) Orbital parameter および天文定数の変更に伴う改訂を施す. orbital parameter については第3.3節で述べた方法を適用し, 視差正弦定数についても  $j=0$  の場合に準ずる. orbital parameter に含まれない天文定数のうちで地球の扁率と光行差定数が変更されたが, 地球扁率の改訂に伴う補正法は Bixby, Van Flandern (1970)の方法による. 惑星光行差は(h)で全く独立に計算するから光行差定数の改訂については考慮を要しない.

(g) 章動は Woolard (1953) の計算式を採用.

(h) 真黄経・真黄緯によって惑星光行差を計算し, 視黄経・視黄緯を求める.

#### 4.2 計算の内容

上記(a)~(h)の解説と具体的な数値を記す. 以下の(a), (b), ……は上記の(a), (b), ……に対応する.

(a) 惑星光行差を切り離して(h)において厳密に補正することに伴う措置である. すなわち Brown の Table に含まれた惑星光行差 (第3.1節(c)参照) を除去し, 幾何学的位置にもどすことを意味する.

(b) 第3.1節の(b), (c)参照.

(c) Brown の計算の誤りの訂正.

(d) EWE-II 表は, 黄経と地平視差の太陽項について, Brown の Table による値 (すなわち ILE-III 表による値) への補正值  $\Delta\lambda$ ,  $\Delta \sin \pi$  を, 各引数  $il+j'l+kF+mD$  に対して与える. 引数の係数  $i, j, k, m$  にはいずれも50を加えてある. 例えば, p.316 の最左欄, 上から10段目は

Arg.					
$l$	$l'$	$F$	$D$	$\Delta\lambda$	$\Delta \sin \pi$
51	50	50	48	11-	131-

であって,  $i=51-50=1$ ,  $j=50-50=0$ ,  $k=50-50=0$ ,  $m=48-50=-2$ , すなわち

$$\Delta\lambda = -0^{\circ}0011 \sin(l-2D), \quad \Delta \sin \pi = -0^{\circ}000131 \cos(l-2D),$$

を意味する.

ILE-III 表で, これらと同じ引数 ( $l-2D$ ) を持つ項は, 黄経では Ser. No. 8 (p.292) であって, その係数は,  $-4586^{\circ}465$ , 地平視差では Ser. No. 809 (p.317) であり, 係数は  $+34^{\circ}3117$  である. これらを EWE-II 表とそれぞれまとめて, 黄経の項を  $-4586^{\circ}4661 \sin(l-2D)$ , 視差正弦の項を  $34^{\circ}311569 \cos(l-2D)$  とする. 実際には Eckert 等は, 太陽項の再計算によって, これらの係数値として上記の  $-4586^{\circ}4661$  および  $34^{\circ}311569$  を得て, これらと ILE-III 表との差を EWE-II 表に  $\Delta\lambda$ ,  $\Delta \sin \pi$  として収めたのである. (EWE-II 表と共通引数を持つ項が ILE-III 表にない場合は, EWE が新しく追加した項であることを意味する.) つまり, この  $\Delta\lambda$ ,  $\Delta \sin \pi$  は太陽項に対する補正であるから, 太陽項と惑星項とを区別して補正する必要がある場合には, このことをよく注意しておかなければならない.

ここで ILE-III 表に掲げられている項の指定番号について説明しておく. 上記 Ser. No. 8 では最左欄の Ref. No. の欄に二つの番号 1173, 8 が並記してある. Ser. No. は ILE の計算における通し番号であり, Ref. No. は Brown の Table の No. である. Brown の Table の Ref. No. 8 は太陽項であり, その値は  $-4586^{\circ}426 \sin(l-2D)$ , Ref. No. 1173 は惑星項であり, その値は  $-0^{\circ}039 \sin(l-2D)$  である. ILE では引数が共通の項を一つにまとめており, この場合には  $-4586^{\circ}465 \sin(l-2D)$  とし, これを Ser. No. 8 の項としたのである. (Brown の Table の Ref. No. と ILE の Ser. No. とは必ずしも共通ではない.)

黄緯の太陽項については, EWE は ILE とは全く違った計算式を採用している. すなわち ILE では黄緯を  $(1+C)(\gamma_1 \sin S + \gamma_2 \sin 3S + \gamma_3 \sin 5S + N)$  の形 (第3.4節) で計算するのに対して, EWE では

$$\beta = \sum K \sin(il + j'l' + kF + mD)$$

の形で計算する。それで EWE-III 表には  $i, j, k, m$  にそれぞれ50を加えた値と  $\beta, \Delta\beta$  が掲げられている。  $K = \beta + \Delta\beta$  である。例えば、p. 319, 中央の欄、上から19段目は

Arg.					
$l$	$l'$	$F$	$D$	$\beta$	$\Delta\beta$
49	49	51	52	88904	5

であって、これは  $8^{\circ}8909 \sin(-l-l'+F+2D)$  という項を意味する。

(f) orbital parameter については TABLE 1 における等号・不等号によって補正の必要の有無がわかり、これに従って (3.9) 式の Corr. を計算する。すなわち  $e, e', \gamma$  は  $j=0$  と  $j=2$  に共通であるから、第3.3節の (3.11), (3.12), (3.16) 式による改訂係数が  $j=2$  の場合にもそのまま適用できる。月角差定数  $\alpha_1$  については、TABLE 1 の “IAU 64” と “ILE” との差を  $\Delta\alpha_1$  として

$$1 + (\Delta\alpha_1/\alpha_1) = 0.998\ 655\ 247\ 48 \quad (4.1)$$

となる。太陽項・惑星項を問わず、 $D$  の係数  $m$  が奇数である引数を持つ項の係数  $K$  に、この (4.1) の数値を乗ずる。

以上をまとめて、 $D$  の係数  $m$  が偶数である引数を持つ項の係数、すなわち (3.7) 式の  $K$  としては、(3.18) を (3.10) 式の Corr. に代入したものを用い、 $m$  が奇数である引数を持つ項の係数、すなわち (3.6) 式の  $K$  としては、(3.18) と (4.1) の積を (3.10) 式の Corr. に代入したものを用いる。

視差正弦定数  $\sin \pi$  の変更に伴う補正としては、 $j=0$  における (3.23) 式に対応して、 $j=2$  の場合には

$$3422.451/3422.700 = 0.999\ 927\ 250\ 416 \quad (4.2)$$

を、視差正弦の最終結果に乘ずる。

地球の扁率が月の位置に及ぼす影響に関しては、 $j=0$  では Brown の Table に用いた扁率  $f=1/294$  を採用しているが、 $j=2$  の暦では  $f=1/298.25$  を用いる。月への摂動は幾何学的扁率  $f$  ではなく力学形状係数  $J_2$  に比例する。 $J_2$  と  $f$  との間には次の関係がある。

$$\frac{3}{2}J_2 = f - \frac{1}{2}\sigma \quad (4.3)$$

この  $\sigma$  は地球の赤道における遠心力と重力の比  $a_e\omega^2/g_e$  に近い値である。ここに  $a_e$  は地球の赤道半径、 $\omega$  は地球自転の角速度、 $g_e$  は赤道における重力加速度である。Brown は  $(3/2)J_2=0.001\ 667\ 36$  を用いたが、IAU 64 では  $0.001\ 624\ 05$  を採用している。したがって地球の形状による摂動項に

$$0.001\ 624\ 05/0.001\ 667\ 36 = 0.974\ 024\ 806 \quad (4.4)$$

を乗ずることによって  $j=2$  の暦となる (Bixby, Van Flandern, 1970)。ILE-II 表、-III 表においてこの対象となる摂動項を TABLE 2 に示す。

(h)  $j=2$  の計算法は  $\lambda, \beta, \sin \pi$  として幾何学的位置 (真黄経・真黄緯・真地心距離) を与えるから、これに惑星光行差を補正して視黄経・視黄緯とする。これを行うのに AE, USNAO はいずれも数値微分法を行っている。このためには対象とする時刻をはきんで前後数時点における真黄経・真黄緯を計算しなければならない。われわれの計算法では、対象とする時点について直接に視黄経・視黄緯が得られるようになっている。以下この方法を説明する。

真黄経・真黄緯の計算法は、周期項の引数部分の、そのまた周期項を省略すると

$$\begin{aligned} \lambda &= L + \delta L + \sum K \sin(A + Bt + Ct^2 + Dt^3), \\ \beta &= \sum k \sin(a + bt + ct^2 + dt^3), \end{aligned}$$

TABLE 2. Perturbations by the earth's figure

Ref. No.	term	additive to	Ref. No.	term	additive to
1375	+7".261 sin Ω	L	1293	+0".083 sin(F+2Ω)	β
1401	-2.076 sin Ω	ω̄	1294	+0.003 sin(F-2T)	β
1407	+95.96 sin Ω	Ω	1295	+0.005 sin(F+2Ω+l)	β
1413	-4.318 cos Ω	γ	1296	-0.005 sin(F+2Ω-l)	β
1173*	-0.039 sin (l-2D)	λ	1292	-0.007 sin(L <sub>0</sub> -2D)	β
1174	-0.004 sin (l-2F)	λ	1290	-0.017 sin L <sub>0</sub>	β
1179	-0.038 sin 2Ω	λ	(*85ページ脚注参照)		

の形になる。これを時間で微分して

$$\left. \begin{aligned} \dot{\lambda} &= \dot{L} + \delta \dot{L} + \sum K \cos(A+Bt+Ct^2+Dt^3)(B+2Ct+3Dt^2); \text{rad} \\ \dot{\beta} &= \sum k \cos(a+bt+ct^2+dt^3)(b+2ct+3dt^2) \text{rad} \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

与えられた時刻における月の視黄経・視黄緯は、その時刻に地心に到達した光が月を離れた時刻における月の真黄経・真黄緯である。いま光が地球の赤道半径に等しい距離だけ進む間の λ, β の変化量を λ̇, β̇ とすれば、λ, β の惑星光行差はそれぞれ -λ̇/sin π, -β̇/sin π である。(4.5) 式において t<sup>2</sup> より高次の項を無視するならば、λ, β における光行差 δλ, δβ は次式で計算される。

$$\delta\lambda = -\{0".001\ 168\ 05 + \sum F \cos(G+Ht)\} / \sin \pi \quad (4.6)$$

$$\delta\beta = -\{\sum f \cos(g+ht)\} / \sin \pi \quad (4.7)$$

F, G, H, f, g, h の数値を TABLE 3 に掲げる。この F, f は δλ, δβ の各項の結果を4捨5入したときに ±0".000 01 以上になる項をすべて拾いあげたものである。

### 4.3 引数の計算式

視黄経, 視黄緯, 地平視差の周期項の計算に使う引数はすべて次のような値でなければならない。第4.1節(a)の項参照。

$$\left. \begin{aligned} l &= *L(i\theta) + \delta L(i\eta) - \delta\omega(i\eta) + 0".353 \\ l' &= L'(i\theta) + \delta l'(i\eta) \\ F &= F(i\theta) + \delta L(i\eta) - \delta\Omega(i\eta) + 0".703 \\ D &= D(i\theta) + \delta L(i\eta) - \delta l'(i\eta) + 0".703 \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

(4.8) 式において、δL(iη), δω(iη), δΩ(iη) のそれぞれの中に含まれている 7".261 sin Ω, -2".076 sin Ω, 95".96 sin Ω に、また引数ではないが δγ 中の -4".318 cos Ω に、それぞれ 0.974 024 806 を掛ける。第4.2節(f)項参照。

### 4.4 視黄経, 視黄緯, 地平視差の計算法

$$\begin{aligned} \text{視黄経} &= L(\text{ILE-I}) + \delta L_A(\text{ILE-II}) + \delta L_S(\text{ILE-III}) + \delta L_S(\text{EWE-II}) + \delta L_S(\text{EWE-V}) \\ &\quad + \delta L_P(\text{ILE-III}) + \Delta\phi + \delta\lambda \end{aligned} \quad (4.9)$$

L(ILE-I).....(ILE-I 表の第2項, a<sub>2</sub>+b<sub>2</sub>t+c<sub>2</sub>t<sup>2</sup>+d<sub>2</sub>t<sup>3</sup>)+0".703.

δL<sub>A</sub>(ILE-II).....ILE-II 表の δL(iη), 29項の和。このうち 7".261 sin Ω には (4.4) を掛ける。

δL<sub>S</sub>(ILE-III).....ILE-III 表の δL(iα), 390項の和 (Ref. No. 182 は改訂しておく)。係数改訂のための

TABLE 3. Aberration terms

$F \times 10^8$	$G$	$H$	$f \times 10^8$	$g$	$h$
"	rev	rev	"	rev	rev
291	0.897 09	0.135 452 769	32	0.928 34	0.172 200 964
24 833	.948 54	.067 726 384	1 895	.979 80	.104 474 580
53	.719 60	.171 744 414	104 964	.031 25	.036 748 196
3 089	.771 06	.104 018 030	2 989	.082 71	— .030 978 189
127 120	.822 51	.036 291 646	56	.134 17	— .098 704 573
22 306	.873 97	— .031 434 739	329	.802 31	.140 766 226
590	.925 43	— .099 161 123	11 415	.853 77	.073 039 841
10	.976 89	— .166 887 508	— 137	.905 22	.005 313 457
— 266	.944 31	.070 464 163	64	.956 68	— .062 412 927
— 283	.995 77	.002 737 779	63	.105 83	.135 909 319
1 661	.047 22	— .064 988 606	2 104	.157 28	.068 182 934
39	.098 68	— .132 714 990	— 71	.208 74	.000 456 550
— 655	.974 27	.033 863 192	347	.260 20	— .067 269 834
312	.593 57	.140 309 676	— 21	.975 56	.107 212 359
8 636	.645 03	.072 583 291	— 40	.027 02	.039 485 974
— 159	.696 48	.004 856 907	130	.078 48	— .028 240 410
299	.747 94	— .062 869 477	126	.984 03	.101 736 802
12	.799 40	— .130 595 862	26	.035 49	.034 010 417
— 48	.766 82	.106 755 809	— 63	.086 94	— .033 715 967
— 662	.818 28	.039 029 424	— 59	.005 52	.070 611 388
914	.869 74	— .028 696 960	— 107	.093 76	.110 244 587
65	.921 19	— .096 423 345	— 14	.145 22	.042 518 203
228	.775 29	.101 280 252	42	.624 82	.177 057 871
767	.826 75	.033 553 867	1 047	.676 28	.109 331 487
— 151	.878 20	— .034 172 517	— 100	.727 74	.041 605 103
— 10	.929 66	— .101 898 902	37	.283 31	.099 617 673
78	.042 99	— .062 250 827	176	.386 23	— .035 835 096
— 125	.011 05	.141 222 776	34	.437 68	— .103 561 480
— 4 680	.062 51	.073 496 391	— 62	.849 53	.075 777 620
— 49	.113 96	.005 770 007	90	.161 52	.065 445 156
— 92	.796 78	.070 154 838	24	.806 54	.138 028 447
— 32	.899 70	— .065 297 931	73	.858 00	.070 302 063
102	.970 04	.036 600 971	— 14	.153 05	.070 920 713
29	.416 08	.176 601 321	18	.255 96	— .064 532 056
609	.467 54	.108 874 937	— 11	.828 04	.106 903 034
— 84	.518 99	.041 148 553	— 23	.916 27	.146 536 233
— 89	.640 79	.075 321 070	— 32	.271 25	.073 952 941
— 10	.692 25	.007 594 685	90	.498 79	.145 623 133
25	.743 71	— .060 131 699	— 18	.550 25	.077 896 748
25	.597 80	.137 571 897	18	.563 71	— .072 126 741
105	.649 26	.069 845 513	— 11	.672 05	.112 069 266
30	.865 50	— .025 959 182	13	.680 51	.106 593 709
12	.779 52	.098 542 473			
12	.830 98	.030 816 089			
— 14	.882 44	— .036 910 296			
— 27	.833 56	.177 514 421			
— 766	.885 02	.109 788 037			
— 30	.708 55	.030 521 639			
— 228	.760 01	— .037 204 746			
— 152	.811 46	— .104 931 130			
10	.670 75	.038 720 099			
14	.792 55	.072 892 616			
44	.290 05	.145 166 583			
— 11	.341 51	.077 440 198			
11	.471 77	.106 137 159			
— 90	.707 53	.146 079 683			

Corr. は  $D$  の係数  $m$  が偶数のときは (3.18) を,  $m$  が奇数のときは (3.18) と (4.1) とを掛け  
た値を用いる. TABLE 2 の中の Ref. No. 1173, 1174 の項の係数には (4.4) を掛けて, この太陽項  
の中に加えておく.

$\delta L_S(\text{EWE-II}) \dots \dots \text{EWE-II}$  表の  $d\lambda$  に関する683項の和, 第4.2節(d)項参照.

$\delta L_S(\text{EWE-V}) \dots \dots \text{EWE-V}$  表の黄経に関する部分の  $ut+v\delta\gamma+w$ , 43項の和.

$\delta L_P(\text{ILE-III}) \dots \dots \text{ILE-III}$  表の  $\delta L(i\delta)$ , 410項の和, 係数改訂のための Corr. の取扱い方は  $\delta L_S(\text{ILE-III})$   
の場合と同じ. TABLE 2 の中の Ref. No. 1179 に (4.4) を掛けてからこの項の中に加える.

$d\psi \dots \dots$  黄経の章動69項の和. Woolard (1953) の式.

$\delta\lambda \dots \dots$  黄経の惑星光行差, TABLE 3 の左側の56項の和, 計算式は (4.6) 式.

$$\text{視黄緯} = \delta\beta_S(\text{EWE-III}) + \delta\beta_S(\text{EWE-V}) + \delta\beta_P(\text{ILE-III}) + \delta\beta \quad (4.10)$$

$\delta\beta_S(\text{EWE-III}) \dots \dots \text{EWE-III}$  表の 685 項の和,  $\sum \text{Corr.} \times K_i \sin(il+jl'+kF+mD)$ . 係数改訂のための  
Corr. の取扱い方は  $\delta L_S(\text{ILE-III})$  の場合と同様.

$\delta\beta_S(\text{EWE-V}) \dots \dots \text{EWE-V}$  表の黄緯に関する部分の  $ut+v\delta\gamma+w$ , 24項の和.

$\delta\beta_P(\text{ILE-III}) \dots \dots \text{ILE-III}$  表の  $\delta \text{Lat}(i\epsilon)$ , 154項の和. 係数改訂のための Corr. の取扱い方は  $\delta L_S(\text{IL-III})$   
の場合と同じ. TABLE 2 の中の Ref. No. 1293, 1294, 1295, 1296, 1292, 1290 の項の係数  
に (4.4) を掛けてから, この惑星項の中に加える.

$\delta\beta \dots \dots$  黄緯の惑星光行差, TABLE 3 の右側の42項の和. 計算式は (4.7) 式.

$$\text{地平視差} = \sin \pi + \frac{1}{6} \sin^3 \pi + \frac{3}{40} \sin^5 \pi \quad (4.11)$$

$$\sin \pi = A [\delta \sin \pi_S(\text{ILE-III}) + \delta \sin \pi_S(\text{EWE-II}) + \delta \sin \pi_S(\text{EWE-V}) + \delta \sin \pi_P(\text{ILE-III})]$$

$A \dots \dots \dots 0.999\ 927\ 250\ 416$ , (4.2) 式参照.

$\delta \sin \pi_S(\text{ILE-III}) \dots \dots \text{ILE-III}$  表の  $\delta \sin \pi(i\gamma)$ , 181項の和. 係数改訂のための Corr. については  $\delta L_S$   
(ILE-III) を求める場合と同じ.

$\delta \sin \pi_S(\text{EWE-II}) \dots \dots \text{EWE-II}$  表の  $d \sin \pi$  に関する572項の和. この表の適用については第4.2節の  
(d)項参照.

$\delta \sin \pi_S(\text{EWE-V}) \dots \dots \text{EWE-V}$  表の視差に関する部分の  $ut+v\delta\gamma+w$ , 36項の和.

$\delta \sin \pi_P(\text{ILE-III}) \dots \dots \text{ILE-III}$  表の  $\delta \sin \pi(i\zeta)$ , 66項の和. 係数改訂のための Corr. については  $\delta L_S$   
(ILE-III) を求める場合と同じ.

#### 4.5 視赤経・視赤緯の計算

視黄経・視黄緯から視赤経・視赤緯への変換は (3.24) 式による.

### 5. プログラムの構造および流れ図

$j=2$  の層のプログラムの構造を, 現在われわれが使用しているものについて説明する.  $j=0$ -の場合も基本的  
には同じである. もっとよい構想に基くならば, より明快な構造のプログラムを作ることができるはずである.

#### 5.1 データカード

ILE-I 表: No. Arg.,  $a, b, c \times 10^{20}$ ,  $d \times 10^{25}$ . ここに  $L, \tilde{\omega}, l, F, D$  の  $a$  には第4.1節の(a)の補正を施す.

1 カードに1項.

ILE-II 表: Ser. No., 係数 (Coefficient),  $l, F, D, \Omega, T, P, (t_0-18.5)$  の係数, Angle. このうち

TABLE 2の中にある項は係数に(4.4)を乗じたものを係数としておく。1カードに1項。

黄経と地平視差の太陽項: ILE-III 表と EWE-II 表の引数が共通な項は、それぞれ係数を加えて一つの項とする。この場合、係数の和が0になるならば、その項を除去する。また  $D$  の係数  $m$  が奇数ならば(4.1)の値 0.998 655 247 48 をその係数に乗じておく。次に Brown の Table の Ref. No. 182 の訂正を施す。さらに計算機の記憶場所の節約のために引数の係数  $i, j, k, m$  を次の一つの数  $N$  にまとめる。

$$N = (i+50) \times 10^6 + (j+50) \times 10^4 + (k+50) \times 10^2 + (m+50) \quad (5.1)$$

1カードに1項。

黄緯の太陽項: EWE-III 表の  $\beta + \Delta\beta$  を係数とする。 $D$  の係数  $m$  が奇数の場合に(4.1)を乗ずること、および  $i, j, k, m$  を一つの数  $N$  にまとめることは上の場合と同じ。1カードに1項。

ILE-III 表の惑星項: Ser. No., 係数, 引数の係数, Angle.  $m$  が奇数の場合に(4.1)を乗ずること、および  $i, j, k, m$  を  $N$  にまとめることは上の場合と同じ、また  $a, b, c, d, Angle$  を次の  $M$  にまとめる。

$$M = (a+50) \times 10^9 + (b+50) \times 10^7 + (c+50) \times 10^5 + (d+50) \times 10^3 + Angle \quad (5.2)$$

1カードに1項。

EWE-V 表:  $u, v, w$ , 引数の係数を1カードに1項。係数を  $N$  にまとめることは上と同じ。

章動: No., 係数, 引数の係数を1カードに1項。引数は  $il + j'l' + kF + mD + n\Omega$  の形であり、その係数は次の  $N'$  にまとめておく。

$$N' = (i+50) \times 10^9 + (j+50) \times 10^6 + (k+50) \times 10^4 + (m+50) \times 10^2 + (n+50) \quad (5.3)$$

光行差: TABLE 3 の  $F, G, H, f, g, h$  を1カードに1項。これをデータ文で入れる。

## 5.2 プログラミング言語

プログラムは NEAC 2200-500 の FORTRAN L で組んでいる。これは JIS 7000 を含み、さらに機能の拡張された FORTRAN である。

## 5.3 計算の対象とする期間

採用した天文定数・orbital parameters・平均軌道要素の適用可能限界を無視するならば、過去・未来を通じて任意の日時における暦が計算できるようになっている。時間間隔は特に指定しない限り 0.5 日間隔で連続的に計算を進める。間隔を指定すればその間隔で計算する。

## 5.4 印字する結果

第1期の目標: 特に指定しなければ、ユリウス日・グレゴリオ暦の年月日・時分秒・視黄経・視黄緯・地平視差・視赤経・視赤緯を印字する。

第2期の目標: 出力の精度を上げ、または途中結果まで印字すること等の諸要求に応ずる処置を施す。第5.6節の流れ図を参照。

## 5.5 計算・入力・出力の諸モード

第1期の目標: 指定された時点における視黄経・視黄緯・地平視差・視赤経・視赤緯を計算する。出力は印字と同時に磁気テープに収録する。

第2期の目標: 月の暦の計算は長時間を要するので、途中結果を印字しておく方が経済的である。また定数・パラメータ・データ等の一部修正にも応じて出力できることが好ましいので、次の諸モードを用意する。これらは必要に応じて磁気テープに記録できるように別のオプションカードで制御する。



- (a) orbital parameter を入力データによって変更できるようにする. すなわち orbital parameter をプログラムの中に内蔵・固定しておかない.
- (b) 格納してあるデータ (ILE, EWE の諸表の係数等) を改訂できるようにする. 入力カードを差し換えるのではなく, 磁気テープに記録してあるデータをコアに呼び出して計算する直前に, 改訂したい箇所の修正データだけをカードで入力して改訂するのである.
- (c) 計算結果の出力印字精度を2けた上げる.
- (d) 視黄経・視黄緯・地平視差・視赤経・視赤緯のほか, 章動・光行差・地心距離・赤道直角座標等を出力印字する.
- (e) 途中結果を, 軌道要素・太陽項・惑星項・光行差・章動等に分けて印字する.
- (f) 別の計算法 (例えば AE, USNAO の方法) による結果も同時に印字する.

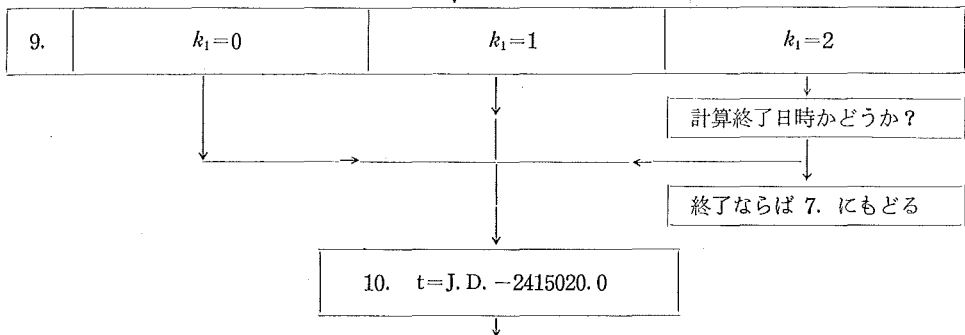
### 5.6 流れ図

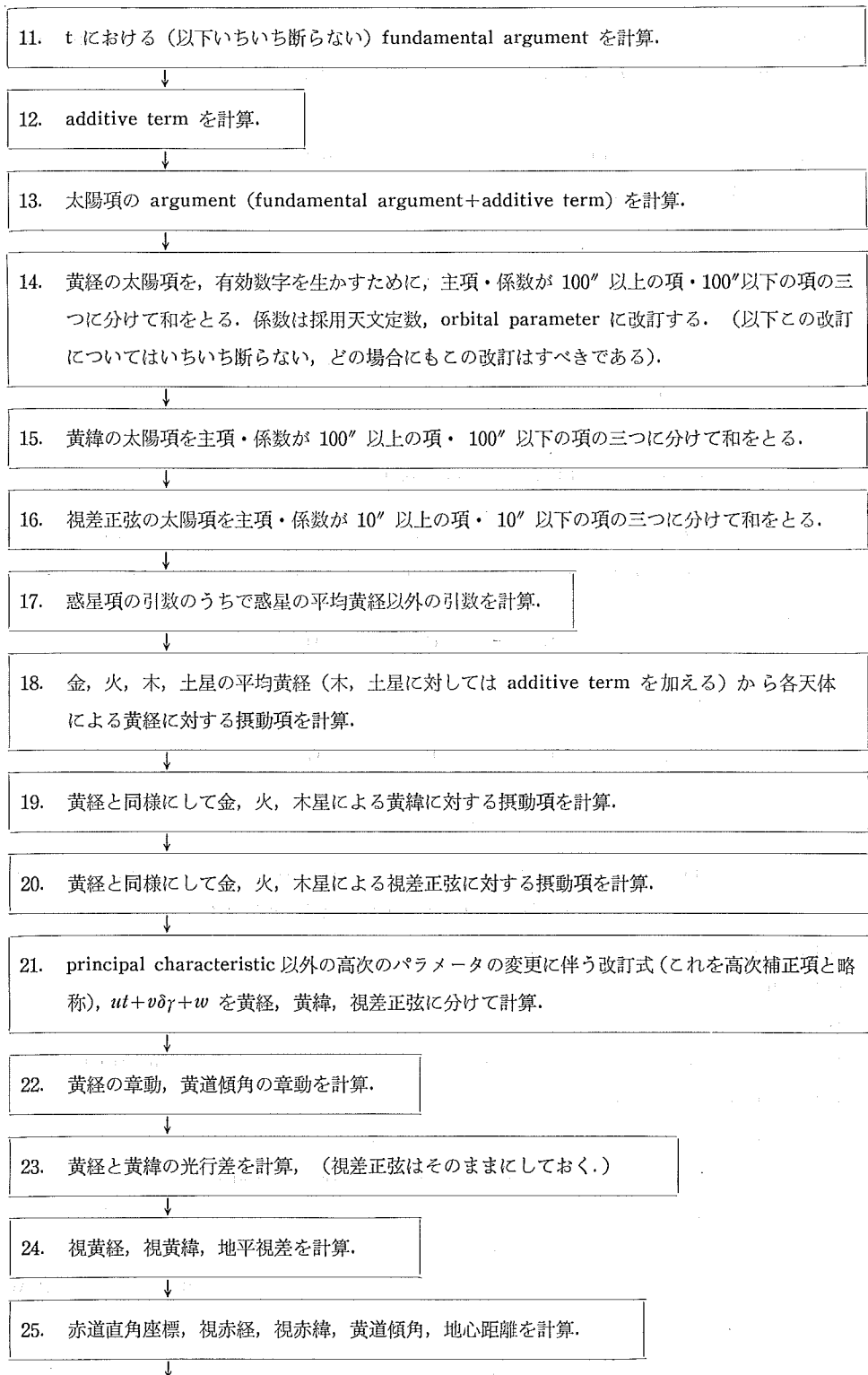
計算の過程を流れ図によって示す. これは JIS 規格フローチャート記号に必ずしも従っていない.



$k_2$	出力内容
1	ユリウス通日, グレゴリオ暦の年月日時分秒, 視黄経 ( $0^{\circ}01$ ), 視黄緯 ( $0^{\circ}01$ ), 地平視差 ( $0^{\circ}0001$ ), 視赤経 ( $0^{\circ}001$ ), 視赤緯 ( $0^{\circ}01$ ).
2	ユリウス通日, グレゴリオ暦の年月日時分秒, 視黄経 ( $0^{\circ}0001$ ), 視黄緯 ( $0^{\circ}0001$ ), 地平視差 ( $0^{\circ}000001$ ), 視赤経 ( $0^{\circ}001$ ), 視赤緯 ( $0^{\circ}01$ ).
3	ユリウス通日, グレゴリオ暦の年月日時分秒, 視黄経 ( $0^{\circ}0001$ ), 視黄緯 + A E に合わせるための経験項 ( $0^{\circ}0001$ ), 地平視差 ( $0^{\circ}000001$ ), 黄経の章動 ( $0^{\circ}0001$ ), 黄道傾角の章動 ( $0^{\circ}0001$ ).
4	ユリウス通日, グレゴリオ暦の年月日時分秒, 視黄経 ( $0^{\circ}0001$ ), 視黄緯 + A E に合わせるための経験項 ( $0^{\circ}0001$ ), 地平視差 ( $0^{\circ}000001$ ), 視赤経 ( $0^{\circ}001$ ), 視赤緯 ( $0^{\circ}01$ ).
5	ユリウス通日, グレゴリオ暦の年月日時分秒, 視黄経 ( $0^{\circ}0001$ ), 視黄緯 ( $0^{\circ}0001$ ), 地平視差 ( $0^{\circ}000001$ ), 視赤経 ( $0^{\circ}001$ ), 視赤緯 ( $0^{\circ}01$ ), 地心距離 ( $10^{-8}$ ), 黄経の章動, 黄道傾角の章動, 黄経の光行差, 黄緯の光行差 各 ( $0^{\circ}000001$ ).
6	主要な途中結果を印字する. 計算時刻, fundamental argument, additive term, 引数, 黄経, 黄緯, 地平視差の太陽項, 惑星項, 高次補正項, 章動, 光行差, 赤道直角座標, 黄道傾角, 赤経, 赤緯等.
7	ユリウス通日, 視黄経, 視黄緯, 地平視差, 視赤経, 視赤緯, 平均黄道傾角, 黄経の章動, 黄道傾角の章動, 赤道直角座標, 光行差 (黄経, 黄緯), 平均黄経, 平均黄経への additive term の和, 黄経, 黄緯, 地平視差それぞれの太陽項と惑星項, 等.
8	赤道直角座標 (1950.0 の赤道, 春分点基準; 瞬時の平均春分点, 平均赤道基準; 瞬時の真春分点, 真赤道基準; 視黄経と視黄緯と地平視差から赤道直角座標を求める).
9	同一時刻の JHD と USNAO との計算法による視黄経, 視黄緯, 地平視差, 視赤経, 視赤緯を並べて印字する.
10	諸データ, 諸定数を印字する.
11	orbital parameter, 平均軌道要素の値を差し換えて計算し, 印字する.
12	additive term, 太陽項, 惑星項の係数を差し換えて計算し, 印字する.
13	orbital parameter, 平均軌道要素, additive term, 太陽項, 惑星項の一部を差し換えて計算し, 印字する.

(注意) 計算日が1601年以前の場合にはユリウス通日だけを印字し, グレゴリオ暦は省く. この段階では標題だけを印字する.





26.  $k_2$  の値によって指定された量を製表装置 (LP) で出力する。指定される量は step No.8 と 9 との間にある  $k_2=1-13$  に応ずる出力内容表を参照。

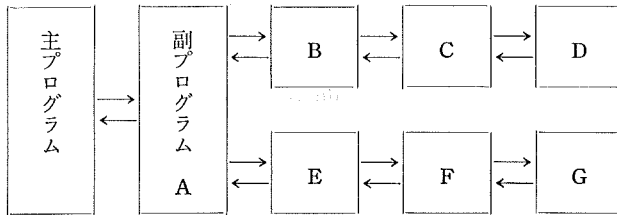
27.  $k_1$  の値によって MT に記録するか否かを定める。0,1 のときには記録する。記録する内容は  $k_2$  の値による。

28. ユリウス日を計算間隔の時間だけ増やす。

29. センス・スイッチが ON になっているならば計算を中止する。ON するにはコンソールを通し手動で行う。

30. センス・スイッチが OFF ならば step No. 9 にもどる。

以上が主プログラムである。これに副プログラム20個が加わる。一例として惑星項  $\text{Corr.} \times K_i \sin(il+jl'+kF+mD+aL_0+b\Omega+Angle+cT+dP)$  の計算を図示する。(3.4) 式参照。



ここで

A:  $K_i$ ,  $N=(5.1)$  式および  $M=(5.2)$  式 から  $\text{Corr.} K_i \sin(\text{Arg.})$  を計算する。Corr. は (3.18) 式で与えられ、また  $\text{Arg.}=il+jl'+kF+mD+aL_0+b\Omega+Angle+cT+dP$ 。

B:  $N$  から  $|i|$ ,  $|j|$ ,  $|k|$  を求める。

C:  $N/100$  から  $|i|$ ,  $|j|$ ,  $|k|$  を求める。

D:  $N$  から  $i$ ,  $j$ ,  $k$ ,  $m$  を求める。

E:  $K_i$ ,  $N$ ,  $M$ ,  $P$  (金・火・木・土星のうちの一つの平均黄経) を与えて  $K_i \sin(\text{Arg.})$  を計算する。

F:  $N$ ,  $M$ ,  $P$  を与えて  $\text{Arg.}$  を求める

G:  $N$ ,  $M$  を与えて  $i$ ,  $j$ ,  $k$ ,  $m$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  を求める。

### 5.7 プログラム作成に要した日数、カード枚数および計算実行に要する時間

プログラム作成の所要日数を確定した数字で表わすことは困難であり、またそのプログラムの最終的なカード枚数についても同様である。しかし、このような数字から、このプログラムの規模の一面がわかり、後に同じようなプログラムを作る場合の参考になると思われるので、次の表に掲げておく。使用した計算機は NEAC-2200, モデル 500 である。

	j=0	j=2	note
Spent time			
	h	h	
planning	480	240	including literature research
data compilation	40	104	including designing of procedure and formulae
data punching	136	224	including verification
programming	220	240	coding in FORTRAN
programme punching	120	208	including verification
debugging	128	176	including machine time
test calculation	64	240	including machine time
Number of cards			
data	1686	2801	aberration for j=2 in DATA-sentence
main programme	490	1131	variable according as amendment and revision
sub programmes	289	289	common to j=0 and j=2.

このプログラムを東京大学東京天文台の FACOM 230/58 によって実行したときの所要時間は次のとおりである。

Calculation time for the moon's ephemerides :  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\pi$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$   
by FACOM 230/58 at Tokyo Astronomical Observatory

	one date (e. g. one half-day data)	one year (about 730 dates)
j=0	$\frac{s}{\sim 1.7}$	$\frac{m}{\sim 21}$
j=2	2.1	26

水路部では1930年以来、経常業務として毎年その4年先の月の暦を Brown の Table によって推算し、天測暦（当時は航海年表）・天測略暦（当時は航空年表）・天体位置表（1943年から）を編集した。その経過の概要は秋吉（1954）が書き残している。1960年の ILE の導入に伴い、この推算は中止されたが、その直前における推算所要日数を次表に示す。これは当時第一法と呼ばれた形式による推算で、実際には、これと独立な形式による第二法の推算を並行して行い誤算を防いだ。上記 FACOM 230/58 による現在の所要時間と比較されたい。

Spent time by manual calculation of the Brown's Tables at JHD

half-day values of "1st scheme" for one year	numbers of			actual term for calculation of ephemeris for 1958
	sheets	man-days	personnel	
arguments, $\sum_n A_n, B_n$	81	84	3	1953 Sep. 25—1953 Oct. 28,
apparent longitude	126	201	3	Oct. 29—1954 Jan. 10,
apparent latitude	80	108	4	1954 Jan. 20— Mar. 6,
horizontal parallax	52	62	4	Mar. 7— Mar. 31,
conversion to $\alpha$ , $\delta$	65	93	3	Apr. 1— May 13.
total	404	548		

"2nd scheme" was made in parallel using modified forms for checking.



## 6. AE および FLE (USNAO) との比較

われわれの当初の目的は、AE と全く同じ暦を与えるようなプログラムを作ることであった。第3節・第4節に記した方針に従って一応のプログラムが1975年夏に完成したので、これとAE (1959年以前はILE) とを毎半日値の全数について比較した。AE-JHD の値の頻度分布を TABLE 4 に掲げる。AE に与えてある最終けたは、視黄経および視黄緯で  $0''.01$ 、地平視差で  $0''.001$  (1960年以後は  $0''.0001$ ) であり、このけたにおいて両者の差 AE-JHD が  $\pm 2$  となることは全く無かったが、 $\pm 1$  となることは予想以上に多い。ことに  $j=2$  の黄緯に著しく、ここでは紙面の都合で掲げないが、明らかにある振幅とある周期でもって  $\pm 1$  があらわれる。つまり採用した計算式または基礎データについて、AE と JHD との間には違いのあることが推察される。黄緯は 900 余項の和の形で計算されるから、その中の 1 項にでも係数または指数の値に違いがあれば、これら比較差の分布にそれとわかる様子を示すものである。

現在 USNAO において月の種々の暦の計算を試みている Van Flandern 氏に、この AE-JHD について意見を求めたところ、大要以下のような回答 (Van Flandern, 1975b) が寄せられた。

- (1)  $j=2$  の暦について、USNAO と HMNAO は両者のプログラムによる結果を比較し、AE に印刷される最小けたの  $1/2$  単位まで合っていることを確認し、これによって HMNAO は AE を計算している。しかし、今回水路部が行ったような厳密な追跡計算は行っていない。
- (2) AE-JHD の原因は、ほとんどが AE のプログラムの不備にあると思われる。ことに地球の扁率の変更に伴う補正について、TABLE 2 に掲げた項のうち係数値の大きいはじめの 4 項 (平均軌道要素に加える項) Ref. No. 1375, 1401, 1407, 1413 だけに (4.4) 式を乗じて、係数値の小さい残りの 9 項には乗じてないとしたならば、AE-JHD はかなり説明できるであろう。

この推定を確めるために、JHD のプログラムの黄経・黄緯に下表の改悪  $d\lambda$ ,  $d\beta$  を施して、AE に近づくかどうかを調べた。

Retrogressive revision of JHD-programme  
for correction of terms due to the earth's figure

Ref. No.	$d\lambda$	Ref. No.	$d\beta$
1173	$-0''.001\ 013 \sin(l-2D)$	1290	$-0''.000\ 442 \sin L_0$
1174	$-0.000\ 104 \sin(l-2F)$	1292	$-0.000\ 182 \sin(L_0-2D)$
1179	$-0.000\ 987 \sin 2\Omega$	1293	$+0.002\ 156 \sin(F+2\Omega)$
		1294	$+0.000\ 078 \sin(F-2T)$
		1295	$+0.000\ 130 \sin(F+2\Omega+l)$
		1296	$-0.000\ 130 \sin(F+2\Omega-l)$

This revision means that the factor (4.4) due to the change of the earth's figure is applied only for the first four terms in TABLE 2, while remaining nine terms with smaller coefficients are unchanged.

1974, 1976, 1978, 1979年の1月と2月の毎半日値について、この改悪を施した結果をAEと比べると、次のようになる。

Improvement in numbers of agreement dates between AE and JHD  
due to the retrogressive revision in JHD  
for half-day ephemerides in every January and February, 1974, 1976, 1978, 1979.

for $\lambda$	for $\beta$
$-1$ on 19 dates $\left\{ \begin{array}{l} -1 \text{ on } 0 \text{ dates} \\ 0 \text{ on } 19 \text{ dates} \end{array} \right.$	$-1$ on 48 dates $\left\{ \begin{array}{l} -1 \text{ on } 16 \text{ dates} \\ 0 \text{ on } 32 \text{ dates} \end{array} \right.$
$0$ on 434 dates $\left\{ \begin{array}{l} -1 \text{ on } 2 \text{ dates} \\ 0 \text{ on } 423 \text{ dates} \\ +1 \text{ on } 9 \text{ dates} \end{array} \right.$	$0$ on 370 dates $\left\{ \begin{array}{l} -1 \text{ on } 7 \text{ dates} \\ 0 \text{ on } 358 \text{ dates} \\ +1 \text{ on } 5 \text{ dates} \end{array} \right.$
$+1$ on 21 dates $\left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ on } 11 \text{ dates} \\ +1 \text{ on } 10 \text{ dates} \end{array} \right.$	$+1$ on 56 dates $\left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ on } 28 \text{ dates} \\ +1 \text{ on } 28 \text{ dates} \end{array} \right.$

すなわち、黄経ではかなり一致が良くなるが、黄緯ではそれほどでもなく、まだ問題が残っていることになる。これについてはさらに考察を要する面があり、第7節で触れることにする。

上記 Van Flandern 氏 (1975b) の書翰には、同氏が作製した Fundamental Lunar Ephemeris (FLE と略す) のプログラムによって計算したデータが添えてあり、これは  $\lambda, \beta$  を小数点下5位、 $\sin \pi$  を小数点下7位まで与える詳細な計算であった。これと比較できるように、JHDのプログラムも、かなりの項について単精度を倍精度に改め、また光行差の項数を大幅に増加する等の改訂を施した。その結果が第4節で説明したものである。

この改訂プログラムによる計算結果と FLE (USNAO) との比較を TABLE 5 および TABLE 6 に示す。TABLE 5 における第3列、つまり“Table II”は、ILE-II表に地球扁率の変更に伴う補正 (TABLE 2 のはじめの4項の改訂) を施して得られる和を意味する、また下段の“Table III, Sums”は、 $\lambda$  および  $\sin \pi$  については ILE-III表と EWE-II表の和、 $\beta$  については EWE-III表の和を意味する。さらに惑星項も加わっている。TABLE 6 では、度・分の位の数値は省略してある。

この TABLE 5 および TABLE 6 に関して Van Flandern 氏 (1976b) から、計算中間結果、太陽項、惑星項、ILE-II表の係数等のデータの提供を得た。これらを検討した結果、次の事実がわかった。

- (a) 章動については、USNAO および JHD それぞれのプログラムは実用上全く一致した値を与える。

すなわち

$$\left. \begin{array}{l} d\phi(\text{USNAO}) - d\phi(\text{JHD}) < \pm 0.000\ 003, \\ d\varepsilon(\text{USNAO}) - d\varepsilon(\text{JHD}) < \pm 0.000\ 001. \end{array} \right\} \quad (6.1)$$

TABLE 7 に章動における AE と JHD の差の例を示す。この差はほとんど AE の略算によるものであり、この表の示す度数分布は Wilkins (1954) の説明とほぼ一致する。

- (b) 光行差についても、USNAO と JHD は実用上一致した値を与える。第4.2節(f)項で触れたように両者は全く違った方法を採用しているが、計算結果の差は次のように小さい。

$$\left. \begin{array}{l} d\lambda(\text{USNAO}) - d\lambda(\text{JHD}) < \pm 0.000\ 04, \\ d\beta(\text{USNAO}) - d\beta(\text{JHD}) < \pm 0.000\ 01. \end{array} \right\} \quad (6.2)$$

- (c) USNAO と JHD はいずれも、太陽項と惑星項を  $\pm 0.0001$  の精度で計算機内に格納しているが、USN



AO では ILE-II 表が  $\pm 0.001$  の精度で、しかも地球扁率の変更に伴う係数を乗じた上で四捨五入し格納している。

(d) USNAO では、 $\pi$  を求めるための  $\sin^{-1}\pi$  の展開を 3 次項までに止めている。(4.11) 式参照。

TABLE 6 は限られた日付けに対する例であるが、USNAO と JHD との差 U は地平視差について著しく、黄経と黄緯では大差はないが、黄経の方がやや一致が悪い。黄経・黄緯における差は上記(a), (b)からわかるように、章動・光行差の計算の違いによるのではなく、(c)の地球扁率の変更に伴う処理の違いに原因がある。これに

TABLE 5. Intermediate calculations for 1974 January 8.5.

U=USNAO-JHD				
J D=244 2056.0				
Fundamental argument	Table II	Argument	U	
<i>L</i>	107°29'59".523 78	{-0".703}	107°29'58".820 78	+13
* <i>L</i>	107 29 24.855 93	8.086 30	107 29 32.942 23	+40
$\tilde{\omega}$	106 14 40.941 03	0.151 07	106 14 41.092 10	+ 3
$\Omega$	267 31 19.825 27	-93.399 43	267 29 46.425 84	+69
<i>L'</i>	287 39 29.531 40	—	287 39 29.531 40	+ 7
$\tilde{\omega}'$	282 29 37.086 00	—	282 29 37.086 00	+13
<i>V</i>	97 16 07.859 12	—	97 16 07.859 12	+11
<i>J</i>	323 48 24.482 91	352.332 87	323 54 16.815 78	-544
<i>M</i>	60 48 15.703 24	—	60 48 15.703 24	+ 7
<i>Sn</i>	90 29 13.612 09	-886.170 55	90 14 27.441 54	+1406
<i>Q</i>	297 57 10.794 62	—	297 57 10.794 62	+ 4
<i>T</i>	105 55 36.317 25	-5.396 71	105 55 30.920 54	+ 2
<i>L<sub>0</sub></i>	105 45 33.768 54	—	105 45 33.768 54	+10
<i>l</i>	1 14 43.914 57	7.935 23	1 14 51.849 80	+71
<i>l'</i>	5 09 52.440 27	-5.396 71	5 09 47.043 56	+19
<i>F</i>	199 58 05.030 43	101.485 73	199 59 46.516 16	+ 3
<i>D</i>	179 49 55.324 35	13.483 01	179 50 08.807 36	+52
	$\lambda$ (U)	$\beta$ (U)	$\sin \pi$ (U)	
Table III, Sums	-123".735 85 (-6)	-6 157".595 88 (+16)	3 690".072 5792 (-45)	
Nutation	18.170 05 ( 0)	—	—	
Aberration	-0.757 10 (+2)	0.065 98 ( 0)	—	
$\Sigma$	-106.322 90	-6 157.529 90		
Ephemeris:				
$\lambda = *L + \text{Table II} + \Sigma$	= 107°27'46".619 3	(+ 4)		
$\beta =$	$\Sigma = -1 42 37.529 9$	(+ 2)		
$\pi =$	61 30.000 949	(-33), cf. $O(\sin^5 \pi) = -29.$		

ついで第7節で検討する。地平視差における系統差は、USNAO が  $\sin^{-1}\pi$  の5次項を落していることにはほとんど起因する。この5次項を USNAO に加え JHD と比較したのが TABLE 6 の  $U^*$  である。また(c)の地球扁率の変更に伴う処理についても USNAO の黄経を補正し、JHD と比較したものが TABLE 9 の  $U^*$  である。すなわち黄経の  $U^*$ 、黄緯の  $U$ 、地平視差の  $U^*$  のいずれについてもその平均は  $0 \pm 2$  となった。このことは、もし計算の最終結果を四捨五入して、AE と同じけた数で表示するならば、USNAO と JHD の値の末尾が、 $\pm 1$  の差となる頻度は2%以内ということを意味する。これは AE-JHD における頻度 (TABLE 4) と比べて格段に優れている。

一方、TABLE 4 の  $j=2$  の欄に示すように、AE-JHD が AE の印刷末尾で  $\pm 1$  となる頻度は、黄経で8%、黄緯で22%、地平視差で5%であるから、AE-JHD の分散はそれぞれ

$$\sigma_{\lambda} = \pm 0''.0010, \quad \sigma_{\beta} = \pm 0''.003, \quad \sigma_{\pi} = \pm 0''.00006$$

と推定される。JHD と USNAO は良く一致していることから、これらの分散値は AE の計算精度と見なし得るであろう。なお、TABLE 4 は1975年夏における JHD のプログラムによる暦と AE との比較差であって、その後、JHD のプログラムは改訂されているが、これは TABLE 4 の表値にはほとんど影響しない。

TABLE 6. JHD-ephemeris for  $j=2$ .
$$U = \text{USNAO} - \text{JHD}$$

$$U^* = \pi(\text{USNAO}) - \pi(\text{JHD}) + O(\sin^5 \pi)$$

		App. Long.	U	App. Lat.	U	Hor. Par.	U	$U^*$	
		d							
1974	1	8.5	46 <sup>o</sup> 6193	+ 4	-37 <sup>o</sup> 5299	+ 2	30 <sup>o</sup> 000 949	-33	- 4
	1	16.5	43. 7672	+ 8	-38. 9059	+ 1	37. 605 350	-16	+ 1
	1	24.5	6. 3856	+ 6	+40. 3995	+ 3	13. 989 878	-13	+ 2
	2	1.5	44. 5888	- 1	+38. 7484	+ 1	44. 579 732	-26	- 4
	2	9.5	36. 1507	+ 5	-25. 5930	0	24. 536 259	-25	0
	2	17.5	2. 4390	+12	+47. 9758	0	4. 648 496	-16	- 1
	2	25.5	23. 4413	+ 7	+18. 4478	+ 1	13. 917 936	-17	+ 1
1976	1	6.5	21. 2063	- 5	+19. 6721	+ 2	37. 596 270	-14	+ 2
	1	14.5	18. 1228	+ 5	-59. 5644	- 1	51. 330 975	-19	0
	1	22.5	30. 0196	+ 3	-46. 0280	- 2	29. 706 945	-25	- 1
	1	30.5	37. 8692	0	+32. 3984	+ 1	4. 062 230	-17	+ 2
	2	7.5	44. 4975	+ 1	+17. 2938	+ 1	26. 339 454	-11	+ 5
	2	15.5	16. 6955	+ 6	-31. 5183	- 5	10. 941 812	-27	- 2
	2	23.5	29. 7849	+ 3	+ 0. 2464	0	37. 639 950	-20	+ 1
1978	1	3.5	25. 1263	- 5	+10. 2740	0	17. 603 100	-23	- 1
	1	11.5	21. 0266	0	+14. 7349	0	57. 314 184	-21	+ 4
	1	19.5	26. 7772	+ 8	-13. 4920	- 5	9. 560 737	-14	+ 1
	1	27.5	6. 7681	- 1	-37. 9036	- 3	43. 868 088	-15	+ 2
	2	4.5	51. 5590	- 5	+ 1. 7817	+ 1	26. 233 310	-30	- 4
	2	12.5	25. 0839	+ 2	-56. 0306	- 2	23. 905 871	-20	- 1
	2	20.5	14. 5695	+ 8	- 7. 0802	- 5	37. 260 300	-17	- 2
	2	28.5	46. 5351	0	+12. 4893	+ 3	18. 311 323	-20	+ 1
Mean of U and $U^*$			+ 3 $\pm$ 5	- 0 $\pm$ 2		-20 $\pm$ 6,	0 $\pm$ 2		

TABLE 7. Frequency of differences in nutation between AE and JHD at 0<sup>h</sup> ET of each first 50 days in 1960~1980.

	$\Delta\phi$			$\Delta\varepsilon$		
	(0 <sup>o</sup> 001)			(0 <sup>o</sup> 001)		
	- 1	0	+ 1	- 1	0	+ 1
1960	8	37	5	7	38	5
1961	7	37	6	9	38	3
1962	3	31	16	7	34	9
1963	2	33	15	12	35	3
1964	4	32	14	10	37	3
1965	3	34	13	5	38	7
1966	8	38	4	10	31	9
1967	9	34	7	5	37	8
1968	19	31	0	5	37	8
1969	6	37	7	10	35	5
1970	7	30	13	7	39	4
1971	3	35	12	2	38	10
1972	5	31	14	1	29	20
1973	6	35	9	5	38	7
1974	7	36	7	6	37	7
1975	6	31	13	5	38	7
1976	4	33	13	3	36	11
1977	11	30	9	13	32	5
1978	5	38	7	3	36	11
1979	4	38	8	6	35	9
1980	3	41	6	6	35	9
total	130	722	198	137	753	160
%	12	69	19	13	72	15

## 7. 地球の扁率の変更に伴う補正法の検討

### 7.1 USNAO-JHD

AE の計算の実態については近く Wilkins氏 から回答があるものと期待している。特に地球扁率の変更に伴う補正については、以下に記すようなことから、JHD と USNAO と同じ方法を使っているものとみなされる。

(1) 1973年の AE の序文に月の暦は、1972年のように ILE に補正することとしないで、直接計算をしたと書いてある。(2) 直接計算となると、平均軌道要素を改訂する方法 (JHD と USNAO ともこの方法) を言うのであって既成の暦に対して普通行なわれる級数による補正法は採らないであろう。(3) もし級数による補正法として第 7.2 節の方法を採用したとすると、1972年の暦が JHD との間には有していた大きな差違と同程度の差違が 1973年以降の暦でも存在するはずであるが、そうはなっていない。

そこで JHD, HMNAO, USNAO それぞれが採用している係数値を TABLE 8 に示す.\*

この表で Ref. No. 1375, 1401, 1407, 1413 は平均軌道要素または orbital parameter に対する地球扁率の摂動による付加項, Ref. No. 1173, 1174, 1179 は黄経に, Ref. No. 1290 から 1296 までは黄緯に対する付加

\* (校正時における追記) Van Flandern 氏の指摘によって、TABLE 8 の JHD の Ref. No. 1173 の係数は違っていることがわかった。正しい値は +0<sup>o</sup>038480 であって、これを使うと (7.1) 式の第 2 項は消える。TABLE 2 のこの項の係数は -0<sup>o</sup>039+0<sup>o</sup>020-0<sup>o</sup>020 から成り、この最後の係数が地球の形の摂動である。

TABLE 8. Comparison of adopted coefficients

Table	Ref. No.	Brown's expression	JHD	HMNAO (?)	USNAO
ILE-II	1375	+ 7"261 sin $\Omega$	+ 7"072 394	+ 7"072 394	+ 7"072
"	1401	- 2.076 sin $\Omega$	- 2.022 076	- 2.022 076	- 2.022
"	1407	+95.96 sin $\Omega$	+93.467 421	+93.467 421	+93.467
"	1413	- 4.318 cos $\Omega$	- 4.205 839	- 4.205 839	- 4.206
ILE-III	1173	+ 0.039 sin ( $2D-l$ )	+ 0.037 986*	+ 0.039	+ 0.0385
"	1174	+ 0.004 sin ( $2F-l$ )	+ 0.003 896	+ 0.004	+ 0.0039
"	1179	- 0.038 sin $2\Omega$	- 0.037 013	- 0.038	- 0.0370
"	1290	- 0.017 sin $L_0$	- 0.016 558	- 0.017	- 0.0166
"	1292	- 0.007 sin ( $L_0-2D$ )	- 0.006 818	- 0.007	- 0.0068
"	1293	+ 0.083 sin ( $F+2\Omega$ )	+ 0.080 844	+ 0.083	+ 0.0808
"	1294	+ 0.003 sin ( $F-2T$ )	+ 0.002 922	+ 0.003	+ 0.0029
"	1295	+ 0.005 sin ( $F+2\Omega+l$ )	+ 0.004 870	+ 0.005	+ 0.0049
"	1296	- 0.005 sin ( $F+2\Omega-l$ )	- 0.004 870	- 0.005	- 0.0049

TABLE 9. Modification of  $\lambda$ (USNAO).

		(1) JHD	(2) USNAO	(3) $\Delta\lambda_U$	(4)=(2)+(3)	$U^*=(4)-(1)$	
				(0"0001)		(0"0001)	
1974	1	8.5	46"6193	46"6197	-4	46"6193	0
	1	16.5	43.7672	43.7680	-9	43.7671	-1
	1	24.5	6.3856	6.3862	-4	6.3858	+2
	2	1.5	44.5888	44.5887	+1	44.5888	0
	2	9.5	36.1507	36.1512	-4	36.1508	+1
	2	17.5	2.4390	2.4402	-9	2.4393	+3
	2	25.5	23.4413	23.4420	-4	23.4416	+3
	1976	1	6.5	21.2063	21.2058	+1	21.2059
1		14.5	18.1228	18.1233	-7	18.1226	-2
1		22.5	30.0196	30.0199	-6	30.0193	-3
1		30.5	37.8692	37.8692	+1	37.8693	+1
2		7.5	44.4975	44.4976	0	44.4976	+1
2		15.5	16.6955	16.6961	-7	16.6954	-1
2		23.5	29.7849	29.7852	-6	29.7846	-3
1978		1	3.5	25.1263	25.1258	+4	25.1262
	1	11.5	21.0266	21.0266	-1	21.0265	-1
	1	19.5	26.7772	26.7780	-6	26.7774	+2
	1	27.5	6.7681	6.7680	0	6.7680	-1
	2	4.5	51.5590	51.5585	+4	51.5589	-1
	2	12.5	25.0839	25.0841	-1	25.0840	+1
	2	20.5	14.5695	14.5703	-6	14.5697	+2
	2	28.5	46.5351	46.5351	0	46.5351	0

mean of  $U^*=0\pm2$

項である (TABLE 2 参照). この表に見られるような異なった係数値を用いた場合の月の暦の最終結果に現われる差は,  $\lambda \cdot \beta \cdot \sin \pi$  それぞれの計算式について微分式を作り, これに係数値の差を代入することによって知ることができる. TABLE 6 に掲げた USNAO と JHD との差  $U$  について, これを調べてみる. 提供された USNAO の計算例は, 視黄経と視黄緯を  $0^{\circ}0001$ , 地平視差を  $0^{\circ}000\ 001$  まで与えてある.  $\lambda \cdot \beta \cdot \sin \pi$  の微分式において, TABLE 8 に掲げる係数値の違いが, 視黄経と視黄緯で  $0^{\circ}000\ 05$ , 地平視差で  $0^{\circ}000\ 000\ 5$  より大きい項は,  $\beta$  と  $\sin \pi$  にはなく,  $\lambda$  についてだけ

$$\Delta \lambda_U = -0^{\circ}000\ 39 \sin \Omega + 0^{\circ}000\ 51 \sin(2D - I) \quad (7.1)$$

がある. これを USNAO から引き, JHD と比べたのが, 前節で触れた TABLE 9 の  $U^*$  である. TABLE 8 によって, その他の小さい項までさらに詳しく補正するならば, 黄経の  $U^*$  および TABLE 6 の黄緯の  $U$ , 地平視差の  $U^*$  は, いずれもさらに小さくなることがしゅうぶんに期待できる.

## 7.2 AE 1968 Sup. の方法の拡張

地球扁率の変更に伴う補正法は, JHD・USNAO・AE の三者に共通しているが, AE 1968 Sup. pp. 16s-19s=Exp. Sup. AE (3rd imp.), pp. 510-513 には, これと全く違う補正法が掲げられている. これについて検討する.

第4節で述べたように, 地球の形による月の位置の摂動は (4.3) 式で示した  $\frac{3}{2}J_2$  に比例する. Hill (1884) はこの値として  $0.001\ 759\ 5$  を採用し, これを自分の algebraic な式に代入し数値展開を行った. Brown の Table には  $\frac{3}{2}J_2$  として  $0.001\ 667\ 36$  が採用されており, また IAU 64 では  $0.001\ 624\ 05$  である. すなわち Brown の Table がこの摂動として与える量は, Hill の展開式において各項の数係数に  $0.001\ 667\ 36/0.001\ 759\ 5$  を乗ずることによって得られる量に等しい. 同様に IAU 64 を採用するときには各係数に  $0.001\ 624\ 05/0.001\ 759\ 5$  を乗ずればよい. したがって Brown の Table に IAU 64 を適用する場合に必要な補正量は Hill の展開式に

$$\frac{0.001\ 624\ 05 - 0.001\ 667\ 36}{0.001\ 759\ 5} = -0.024\ 615 \quad (7.2)$$

を乗ずることによって得られる. 上記 AE 1968 Sup. p. 17s=Exp. Sup. AE (3rd imp.), p. 511 には, このようにして得た補正式が掲げられている. 係数値が  $0^{\circ}0010$  以上の項だけを探っているので, 黄経で11項, 黄緯で10項あり, 地平視差はない.

これではわれわれの議論に精度が足りないので, この AE 1968 Sup. の方法に従って, けた数と項数を増やすことによって精度を高めることを試みた. これが TABLE 10 の "Coeff" である. No. の右肩に \*印のついている項だけが AE 1968 Sup. に掲げられている. この表において, 例えば  $\Delta \lambda$  の No. 8 項は  $-0^{\circ}1888 \sin(-F+L)$ ,  $\Delta \beta$  の No. 19 項は  $+0^{\circ}0022 \sin(-I+2D+L)$ ,  $\Delta \sin \pi$  の No. 2 項は  $-0^{\circ}000\ 047 \cos(-I+F+L)$  を意味する. ここに  $\Delta \lambda$  と  $\Delta \beta$  の関数は  $\sin$  であるのに対し,  $\Delta \sin \pi$  の関数は  $\cos$  であることに注意する.

この Coeff によって  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\sin \pi$  を補正する場合に, 被補正量を間違えないように注意しなければならない. すなわち, 第4節の (4.4) 式を TABLE 2 の係数に乗じてはならない. 4.2 節(f)項における改訂を行なってはならない. 何故なら本節の方法は平均軌道要素を修正しないで, 結果的にはその修正をしたと同じ効果をもたらすような級数による補正法なのである. したがって TABLE 8 の JHD・USNAO・AE のどの値も採用してはならず, Brown の原式そのものを使わなければならない. そうしておいて得られた  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\sin \pi$  に TABLE 10 の Coeff. による補正  $\Delta \lambda$ ,  $\Delta \beta$ ,  $\Delta \sin \pi$  を施すのである.

Van Flandern (1976a) は, Brown の Table に採用されている  $\frac{3}{2}J_2$  の値は  $0.001\ 667\ 36$  ではなく  $0.001\ 672\ 4$  であると推定し, Technical Summary (Bixby, Van Flandern, 1970) における改訂法 (第4.2節(f))

TABLE 10. Additional correction for the earth-figure perturbations

No.	<i>l</i>	<i>l'</i>	<i>F</i>	<i>D</i>	<i>L</i>	Coeff.	V	V*	No.	<i>l</i>	<i>l'</i>	<i>F</i>	<i>D</i>	<i>L</i>	Coeff.	V	V*	
$\Delta\lambda$ (0''0001)									$\Delta\beta$ (0''0001)									
1	-1	0	+2	0	0	-1			1	0	0	-1	+2	0	+1			
2	-1	0	0	+2	0	-5			2*	0	0	0	0	+1	+2148	+241	+250	
3*	0	0	+1	0	+1	-96	-11	-11	3	0	-1	0	0	+1	+1			
4*	+1	0	+1	0	+1	-10		-1	4	0	+1	0	0	+1	-1			
5	+2	0	+1	0	+1	-1			5*	+1	0	0	0	+1	+112	+12	+13	
6*	-1	0	+1	0	+1	-14		-2	6	+1	-1	0	0	+1	+1			
7	-2	0	+1	0	+1	+1			7	+1	+1	0	0	+1	-1			
8*	0	0	-1	0	+1	-1888	-211	-220	8	+2	0	0	0	+1	+5			
9	0	-1	-1	0	+1	-1			9*	-1	0	0	0	+1	-121	-14	-14	
10	0	+1	-1	0	+1	+1			10	-2	0	0	0	+1	-5			
11*	+1	0	-1	0	+1	-128	-15	-15	11	0	0	+2	0	+1	-2			
12	+2	0	-1	0	+1	-8		-1	12	-1	0	+2	0	+1	-1			
13	+3	0	-1	0	+1	-1			13*	0	0	-2	0	+1	-87	-10	-10	
14*	-1	0	-1	0	+1	-128	-15	-15	14*	-1	0	-2	0	+1	-10		-1	
15	-2	0	-1	0	+1	-8		-1	15	-2	0	-2	0	+1	-1			
16	0	0	-3	0	+1	-4			16*	0	0	0	+2	+1	+13		+1	
17	-1	0	-3	0	+1	+1			17	0	-1	0	+2	+1	+1			
18	0	0	+1	+2	+1	-1			18	+1	0	0	+2	+1	+2			
19	-1	0	+1	+2	+1	-2			19*	-1	0	0	+2	+1	+22	+3	+3	
20*	0	0	-1	+2	+1	-24	-2	-3	20	-1	-1	0	+2	+1	+1			
21	0	-1	-1	+2	+1	-1			21	0	0	-2	+2	+1	-3			
22	+1	0	-1	+2	+1	-2			22*	0	0	0	-2	+1	-79	-8	-9	
23*	-1	0	-1	+2	+1	-18	-2	-2	23	0	-1	0	-2	+1	+2			
24	-1	-1	-1	+2	+1	-1			24	0	+1	0	-2	+1	-4			
25*	0	0	+1	-2	+1	-13		-1	25	0	0	+2	-2	+1	-1			
26	0	+1	+1	-2	+1	-1			26	0	0	-2	-2	+1	-1			
27	-1	0	+1	-2	+1	+2			27	+1	0	-2	-2	+1	+1			
28*	0	0	-1	-2	+1	-16	-2	-2	28	+1	0	0	-4	+1	-1			
29	0	+1	-1	-2	+1	-1			29	0	0	0	+1	+1	-1			
30*	+1	0	-1	-2	+1	-14	-2	-2	30*	0	0	-1	0	+2	-21	-2	-3	
31	-1	0	-1	-2	+1	-1			31	+1	0	-1	0	+2	-1			
32	0	0	-1	+1	+1	+1			32	-1	0	-1	0	+2	+1			
33	0	0	0	0	+2	+1			33	0	0	-1	-2	+1	+1			
34	0	0	-2	0	+2	+10		+1	34*	+1	0	0	-2	+1	-19	-2	-2	
35	+1	0	-2	0	+2	+1			35	+1	+1	0	-2	+1	-1			
36	-1	0	-2	0	+2	+1			36	+2	0	0	-2	+1	-2			
									37	-1	0	0	-2	+1	-4			
$\Delta \sin \pi$ (0''000 001)																		
1	0	0	0	0	0	-10		+2	* Terms listed in AE 1968 Sup., p. 17s=Exp. Sup. AE (3rd imp.) p. 511.									
2	-1	0	+1	0	+1	-47		-3										
3	+1	0	-1	0	+1	-41		-10										
4	-1	0	-1	0	+1	+41		+10										
5	0	0	0	0	+2	-43												

の数値の変更に伴う周期摂動項の変動を補正式として求めた。これが TABLE 10 の V である。すなわち Coeff. と V の和が正しい  $j=2$  の暦を得るための補正の係数ということになる。この V の値は、次のようにしても求められる。Coeff. の数値は (7.2) によって計算したものであるが、もし Brown の Table の  $\frac{3}{2}J_2$  が 0.001 672 4 であるのならば (7.2) の代わりに

$$\frac{0.001\ 624\ 05 - 0.001\ 672\ 4}{0.001\ 759\ 5} = -0.027\ 479 \tag{7.3}$$

を用いなければならない。したがって (7.3)-(7.2) = -0.002 864 を Hill の展開式に乗じて得られる値 V\* と Coeff. の和が Brown の Table から IAU 64 への補正となる。V\* の数値も TABLE 10 に掲げる。これと V とは本来一致するはずである。

8. 補助係数  $F_1 (F)$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  の説明

IAU 第16回総会 (1976年) において天文定数系の改訂に関する勧告が採択された。この新しい定数系は、正式には IAU (1976) 天文定数系と呼ばれるが、ここでは IAU 76 と記す。この定数系では IAU 64 に含まれていた補助係数  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  が消えてしまい、わずかに定数系の説明の項に  $F_1$  が  $F$  として現われているのに過ぎない。しかし月の暦を Brown の理論に基づいて考える限り、これらの係数のことは知っておかなければならないので、以下、簡単に述べておく。

8.1 光行差定数を求める係数  $F$  (IAU 64 では  $F_1$ )

$F$  は地球の平均軌道速度とガウスの仮想惑星の平均軌道速度の比として定義され、次の式で計算される。

$$F = \frac{n}{k} \frac{a}{(1-e^2)^{1/2}} \tag{8.1}$$

ここに  $k$  はガウスの重力定数、 $n$  は太陽の対恒星平均運動、 $a$  は摂動を受けた太陽の平均距離、 $e$  は地球軌道の平均離心率である。

IAU 64 では  $n$ ,  $a$ ,  $e$  として Newcomb (1895) の値が十分の精度で適用できるとしてあり (AE 1968 Sup. p. 7s=Exp. Sup. AE, 3rd imp., p. 501), 今回の IAU 76 の原案でも、これを J 2000.0 に適用して、 $F=1.000\ 141\ 312$  とし、これから光行差定数として  $\kappa=20''.495\ 518$  が示された。しかし IAU 76 では惑星の質量も改められるので、これに応ずる  $a$  の値を計算してみた。Newcomb (1895, p. 10) は  $a$  を計算するのに

Evaluation of the aberration constant (J 2000.0)

	Perturbations by	
	Venus-Saturn	Mercury-Pluto
$a$	1.000 000 227 785	1.000 000 289 011
$n$ (Newcomb, Tables of the Sun)	0.017 202 124 27	
$e$ (Newcomb, Tables of the Sun)	0.016 709 114	
$F$	1.000 141 326	1.000 141 387
$\kappa$	20''.495 518 6	20''.495 519 9

Masses of the planets : IAU (1976) System,  
Sidereal mean motion of the planets : Clemence, (1949).

金星から土星までの摂動しか考慮してないが、今回は水星から冥王星まで考慮に入れた。(計算の結果、冥王星の摂動は実際には効かないことがわかった。)  $a$  の計算には Newcomb (1891, p. 402) の式を使い、 $n$  と  $e$  は Newcomb (1895, p. 9) によった。その結果は89ページの表のとおりである。以下すべて J 2000.0=2000年1月1日12<sup>h</sup> ETにおける値である。

また、惑星の軌道要素として Seidelmann 他 (1974) の平均要素を用いて同様の計算を行った結果、次のように  $\kappa$  の値は上と完全に一致した。

Evaluation of the aberration constant (J 2000.0)  
using Seidelmann's (1974) mean elements of planets

$a$	1.000 000 231	1.000 000 293
$F$	1.000 141 325	1.000 141 387
$\kappa$	20'495 518 6	20'495 519 9

IAU 76 では最終的には  $F=1.000 1414$  として  $\kappa=20'495 52$  が示され、これがグルノーブルにおける第16回総会で採択されたのであるが、この席上、この数値の根拠として、上記の  $F=1.000 141 325-1.000 141 387$  が引用された。

### 8.2 月の平均距離を求める係数 $F_2$

Hill がその月運動理論において、三体問題の解 (main problem, すなわち太陽項) を求めてゆくための基本解として採用した variational curve は、他の人の理論のように二体問題のケプラー解ではなく、ポテンシャル関数を  $e'=0$ ,  $(1/a')=0$ ,  $Z=0$  と簡略化した制限三体問題の特別解であった。この解がいわゆる Hill の中間軌道である (Hill, 1877a)。これは周期解が存在するという仮定のもとに、2個の積分定数を観測から求めて、無限級数の係数をぼう大な逐次近似計算によって求めたものであり、その級数が驚くほど収束の速い解として得られた。この級数には (2.1) 式に見られるように、中間軌道の半径  $a$  が掛かっている。これはケプラー運動における月の平均距離  $a$  との間、Hill (1877a) の scale factor  $(a/a)$  を通じて

$$a=(a/a)a$$

の関係にある。Hill はこの scale factor を 0.999 093 141 962 とした。IAU 64 では、これを  $F_2$  と書き、 $F_2=0.999 093 142$  とした。上の式は

$$a=F_2a \quad (8.2)$$

となる。なお上記制限三体問題の一般解は Brown (1893) が展開式によって求めている。

### 8.3 月角差を求める係数 $F_3$

月角差定数 constant of parallactic inequality  $P_c$  は次式で定義される。

$$P_c=F_3\alpha_1$$

この  $\alpha_1$  は constant of lunar parallax と呼ばれ、(2.5) 式において  $\mu=M/E$  と書けば

$$\alpha_1=\frac{1-\mu}{1+\mu}\frac{a}{a'} \quad (8.3)$$

Hill の中間軌道では、月がどこにいようと太陽からの引力は一定という条件 (太陽質量無限大、距離無限遠) 下で解を求めたのであるが、実際は質量、距離とも有限であり月・太陽間の距離には月の軌道直径だけの増減がある。これによる不等が月角差 parallactic inequality として月の運動に現れる。



Brown (1892) は、この月角差の展開式の主要項を次の形で表わした (記号の意味は第2節参照)。

$$f(m)(a/a') \sin D$$

この展開式は地球・月系の重心における値を与えるものであるから、地球中心における値に直すためには、展開式の各項に  $(1-\mu)/(1+\mu)$  を乗じなければならない。すなわち上記の主要項に対応するものは (8.3) 式によって  $f(m)\alpha_1 \sin D$  の形になる。この係数が Brown による月角差定数  $P_{\epsilon}$  である。

$$P_{\epsilon} = f(m)\alpha_1 \quad (8.4)$$

Brown の Table では、この主要項として Ref. No. 21 に  $-125''.154 \sin D$  が掲げられている。すなわち Brown の月角差定数は  $125''.154$  である。また  $\alpha_1$  (Table, 諸表説明, p. 3) として

$$\alpha_1 = 0.002\ 512\ 73$$

が採用されている。したがって

$$f(m) = 125''.154 / 0.002\ 512\ 73 = 49\ 808''.0$$

(8.2), (8.3), (8.4) 式から

$$P_{\epsilon} = \frac{f(m)}{F_2} \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{a}{a'}$$

ここで

$$F_3 = f(m)/F_2 \quad (8.5)$$

とおけば

$$P_{\epsilon} = F_3 \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{a}{a'} \quad (8.6)$$

これが IAU 64 における月角差定数の定義式である。

IAU 64 では、 $n$  と  $n'$  は Brown の値と同じであるから上記の  $f(m)$  の値も変わらない。したがって (8.5) から

$$F_3 = 49853''.2$$

が採用されている。このほか IAU 64 では  $\mu = 1/81.30$ ,  $a = 384\ 400 \times 10^3 \text{m}$ ,  $a' = 149\ 600 \times 10^6 \text{m}$  が採られているから

$$P_{\epsilon} = 124''.986$$

である。また

$$\alpha_1 = \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{a}{a'} \frac{1}{F_2} = 0.002\ 509\ 36$$

となる。

混乱を避けるために、第8.2節と第8.3節では第2節と同じ記号を用いた。このうち IAU 64 では、 $a'$  を  $A$ ,  $a$  を  $a_{\epsilon}$ ,  $n$  を  $n_{\epsilon}$ ,  $n'$  を  $n_0$  と記してある。

## 9. 付 記

第1節に掲げた月の暦の変遷に関する表に関連して若干の解説をしておく。

### 9.1 $j=1$ の暦

$j=1$  の暦が天体暦の本文に掲げられたことはない。1968~1971年の天体暦には、 $j=0$  から  $j=1$  を求めるための改正表が添付されている。これは AE 1968 Sup. p. 18s=Exp. Sup. AE (3rd imp.) p. 512 の改正式から計算したものである。

## 9.2 1972年の月の暦

1972年の天体暦に掲げられた月の暦は、1968年から1973年にかけての変遷の中でも特異なものである。この年の暦は  $j=2$  の暦ということになっているが、これは1973年以降の暦とは成り立ちが違い、かつ黄緯に誤りを含んでおり、したがって赤経・赤緯にも波及している。

これは EWE の誤りとして Eckert, Van Flandern, Wilkins (1969, 第1節の表で EFW と略記) が指摘したものである。すなわち EWE において黄緯について新しい展開式を導く際に、その係数を  $k_i$  と  $dk_i$  とに分解し、 $\sum k_i \sin(\text{argument})$  の計算値は Brown の Table の黄緯の値と一致するようにしたのであるが、その  $k_i$  と  $dk_i$  とを分解することについて Brown の原式の意味の取り違いおよび有効数字の不足があったのである。

1972年の月の暦は、 $j=0$  から  $j=1$  への改正量と、EWE にある  $j=2$  のための改正量とを加える、という過渡的な方法で計算されており、この際に EFW の指摘による訂正が入っていない。この訂正は10項から成るが、そのうち少なくとも係数の最も大きい  $0.034 \sin(F-2D)$  を加えるように EFW は述べている。日本の天体位置表だけが、この1項による改正表を巻末に添えているが、この改正だけでは厳密には  $j=2$  の暦にはならない。この年の暦の地平視差にも問題のあることを、青木信仰氏が早くから指摘している。 $j=2$  の暦とくらべこの地平視差には  $\pm 0.0010$  の振幅をもつ周期的な相違がある。

## 10. 結 語

さきに述べたように、われわれの当初の目的は、AE と全く同じ月の暦を作ることであった。しかし作業を進めてゆくうちに AE の不備がしだいに明らかになり、また USNAO からその FLE に関する種々のデータの提供を受け、これとの比較の必要から計算式を改良し、その結果、当初意図したよりはるかに高い精度のプログラムが一応完成した。これは現存する暦の中で、 $j=2$  の理論に最も忠実かつ厳密なものと思われる。

もちろん、月の位置観測からは、これほど高い精度は要求されないし、また  $j=2$  そのものの理論の精度は、水路部における星食観測の整約結果からみても  $\pm 0.2$  程度と推定され、この誤差の大部分は Brown-Eckert の理論における惑星項の不備によるものと考えられる。一方、短い期間については観測と良く合う実用的に精度の高い暦が、数値積分によって種々得られている。例えば Garthwaite 等 (1970), Oesterwinter および Cohen (1972), Van Flandern (1975a)。

しかし天体暦の第一の目的は、天体力学理論の検証とその改良であり、そのためには解析的手法に基く精密な暦の改良・開発が不可欠である。今回われわれが行った詳細な追求が、このような今後の研究およびこれに伴う暦の改良に種々の面で役立つことを期待する。

このプログラムの作製に当って U. S. Naval Observatory-Nautical Almanac Office の Dr. Thomas C. Van Flandern から貴重な情報と助言に併せて種々の計算資料を頂いたことに深く感謝する。また東京天文台の青木信仰教授から具体的な御指導を賜ったことに深く感謝する。この仕事は水路部編暦課の業務の一つとして課内の多くの方々の方々の段階における参加・協力によって遂行できたものである。関係された各位に厚く感謝する。特に進士晃氏には終始、支援と励ましを受け、仙田昭夫氏にはプログラム作成技術について、久保良雄氏には力学理論について御教示を受けた。さらに最大の謝意を川田光男氏に表したい。データおよびプログラムの作成、計算の実行、結果の検討等、すべての段階における作業の実行は大部分同氏によるものである。また東京天文台の古川麒一郎氏には FACOM 230/58 のためのプログラム変換等にお世話になったことを感謝したい。

## 参 考 文 献

- 秋吉利雄, (1954), 航海天文学の研究, 恒星社厚生閣, 東京 pp.10~21.
- Bixby, J.E., Van Flandern, T.C., 1970, "Technical summary of fundamental lunar ephemeris (FLE) for  $j=2$ ," U. S. Nautical Almanac Off.
- Brown, E.W., 1892, "On the part of the parallactic inequalities in the moon's motion which is a function of the mean motions of the sun and moon," *Amer. J. Math.*, vol. 14, 141.
- Brown, E.W., 1893, "The elliptic inequalities in the lunar theory," *Amer. J. Math.* vol. 15, 244.
- Brown, E.W., 1895, "Investigations in the lunar theory," *Amer. J. Math.* vol. 17, 318.
- Brown, E.W., 1896, *An introductory treatise on the lunar theory*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, pp. 19-25, 115-132, 195-236, 248-268.
- Brown, E.W., 1908, "Theory of the motion of the moon," Pt. 5. *Mem. R.A.S.* 59, 1.
- Brown, E.W., 1919, *Tables of the motion of the moon*, Yale Univ. Press, New Haven.
- Brown, E.W., 1938, "The equations of motion of the moon," *Amer. J. Math.* vol. 60, 785.
- Clemence, G.M., 1949, "First-order theory of Mars," *Astr. Pap. Amer. Eph.* Vol. XI, Pt. 2.
- Clemence, G.M., Porter, J.G., Sadler, D.H., 1952, "Aberration in the lunar ephemeris" *A.J.* 57, 46.
- Eckert, W.J., 1958, "Improvement by numerical methods of Brown's expressions for the coordinates of the moon," *A.J.*, 63, 414.
- Eckert, W.J., 1966, *Tr. IAU*, 12 B, 113.
- Eckert, W.J., Jones, R., Clark, H.K., 1954, *Improved Lunar Ephemeris 1952-1959*. U. S. Government Printing. Off., Washington, D.C., (abbreviated ILE).
- Eckert W., Smith, Jr. H.F., 1962, *Tr. IAU*, 11 B, 447.
- Eckert, W.J., Van Frandern, T.C., Wilkins, G.A., 1970, "A note on the evaluation of the latitude of the moon," *M.N.* 146, 473.
- Eckert, W.J., Walker, M.J., Eckert, D., 1966, "Transformations of the lunar coordinates and orbital parameters," *A.J.* 71, 314, (abbreviated EWE).
- Garthwaite, K., Holdridge, D. B., Mulholland, J. D., 1970, "A preliminary special perturbation theory for the lunar motion," *A.J.* 75. 1133.
- H.M. Nautical Almanac Office and U. S. Nautical Almanac Office, 1966, *The Astronomical Ephemeris for 1968 or The American Ephemeris and Nautical Almanac, for 1968. Supplement*, (abbreviated AE 1968 Sup.)
- H.M. Nautical Almanac Office and U.S. Nautical Almanac Office, 1974, *Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac*, 3rd impression, (abbreviated Exp. Sup. AE).
- Hill, G.W., 1877a, "Researches in the lunar theory," *Amer. J. Math.* vol. 1, 5.
- Hill, G.W., 1877b, "On the part of the motion of the lunar perigee which is a function of the mean motions of the sun and moon," *Acta Math.* vol. VIII, 1.
- Hill, G.W., 1884, "Determination of the inequalities of the moon's motion which are produced by the figure of the earth," *Astr. Pap. Amer. Eph.* vol. III, Pt. 2, 340.
- Newcomb, S., 1891, "Perturbations of the longitudes and radii vectores of the four inner planets of the first order as to the masses," *Astr. Pap. Amer. Eph.* vol. III, Pt. 5.
- Newcomb, S., 1895, "Tables of the motion of the earth on its axis and around the sun," *Astr. Pap. Amer. Eph.* vol. VI, Pt. 1.

- Oesterwinter, C., Cohen, C. J., 1972, "New orbital elements for moon and planets," *Celest. Mech.* **5**, 317.
- Seidelmann, P.K., Doggett, L.E., DeLuccia, M.R., 1974, "Mean elements of the principal planets," *A.J.* **79**, 57.
- Van Flandern, T.C., 1975a, "A determination of the rate of change of G," *M.N.* **170**, 333.
- Van Flandern, T.C., 1975b, private communication to A.M. Sinzi.
- Van Flandern, T.C., 1976a, "Note on the earth-figure perturbations in the lunar theory," *Celst. Mech.* **4**, 511.
- Van Flandern, T.C., 1976b, private communication to A.M. Sinzi.
- Wilkins, G.A., 1954, "Calculation of the nutation for the new series," in *ILE*, p. 420.
- Woolard, E.W., 1953, "Theory of the rotation of the earth around its center of mass," *Astr. Pap. Amer. Eph.* vol. XV, Pt. 1.